

చేతి వ్రేళ్లే కంప్యూటర్లు

డా॥ తోటకూర సత్యనారాయణరాజు.

ఎం.ఎస్.సి, ఎం ఇడి, పి.హెచ్. డి.



విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్

విజ్ఞాన భవన్, 4-1-435 ఇంక్ ప్రిట్
హైదరాబాద్-500 001.

విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్
40వ వార్షిక ప్రచురణ.

ప్రచురణ నెం : 1724

ప్రతులు: 2000

ప్రథమ ముద్రణ : జూన్, 1993.

© డా॥ టి. సత్యనారాయణ రాజు

వెల : రూ 18.00

ప్రతులకు:

విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్,
4-1-435, విజ్ఞానభవన్, బ్యాంక్ స్ట్రీట్,
హైదరాబాద్ - 500 001

విశాలాంధ్ర బుక్ హౌస్,
విజయవాడ, హైదరాబాదు, అనంతపురం, విశాఖపట్నం,
హన్మకొండ, గుంటూరు, తిరుపతి, కాకినాడ.

ముద్రణ: పాన్లేగాఫర్స్, చిరాగ్ ఆలిలెన్, హైదరాబాదు , ఫోన్ : 203390

ముందుమాట

సాధారణముగ చాలామందికి గణితమంటే భయం, తలనొప్పి, అనక్షరేకపోవుట కనిపిస్తాయుంటుంది. దీనికి కారణము అంకెలపై తగిన అవగాహన లేకపోవుటవలననే అని నా అభిప్రాయం. అంకెలతో పరిచయము కావలెనంటే గణితములోని వింతలు విచిత్రములు తెలిపికొని తదుపరి గణితములోని మెళుకువలు అవగాహన చేసికొంటే గణితము నేర్చుకొనుట చాల సులభము.

చిన్నప్పటినుంచి ఎక్కాలను బట్టి వేయించడం తదాదిగ వస్తున్న పద్ధతి. కాని పిటిని బోధించేటప్పుడు కొన్ని తమాషా పద్ధతులతో ప్రారంభించి పిల్లలకు ఆసక్తి కలుగజేస్తే పిల్లలు మరింత ఆసక్తి అభిరుచులతో నేర్చుకుంటారు. నేను ప్రయోగాత్మకముగ అనేక సదస్సులలో పాల్గొని వివరిస్తూ వచ్చాను. పిల్లలకు శిక్షణాశిబిరానను నిర్వహించాను. వ్రేళ్ళతో గణితము వారినెంతో ఆకర్షించినది. టెలీస్కూలు ప్రోగ్రాములలో టి.వి. ద్వారా అనేక ప్రదర్శనలు యిచ్చినాను. అనేక ప్రశంసాపుత్రరములు వచ్చి సన్నెంతో ప్రేరేపించినవి. అవధానము అనేది ఒక ప్రక్రియ. అష్టావధానము, శతావధానములాంటిదే వ్రేళ్ళతో అవధానము.

దేముడు యిచ్చినది పది చేతివ్రేళ్ళను మాత్రము ఉపయోగించి ఎటువంటి ఎక్కాలు గుణకారములు, వర్గాలు, కూడికలు తీసివేతలు, భాగహారములను పై తము చేయవచ్చును.

విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్ వారు యిచ్చిన ప్రోత్సాహముతో అంకెలతో ఆటలు ఆన్లుస్తకము వ్రాసేతిని. దానికి మంచి ఆదరణ లభించినది. దానితో ఉత్పేరితుడనై “చేతి వ్రేళ్ళేకంప్యూటర్లు” అను యీపుస్తకమును మీ ముందుంచుచున్నాను. మీ సలహా సంప్రదింపులకు సర్వదా సిద్ధముగా యుంటాను. పాఠకులు నా అన్ని పుస్తకములవలెనే దీనిని కూడ ఆదరిస్తారని నా ఆశ.

భీమవరం,

డి. 12-4-1991.

ఇల్లు

రచయిత

డా॥ టి. సత్యనారాయణరాజు

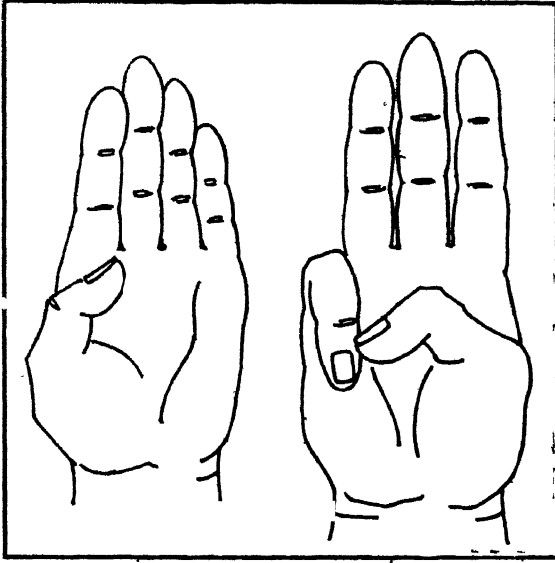
విషయసూచిక

1	వేగముగ వ్రేళ్లతో ఎక్కాలు	5
2	వ్రేళ్లతో వర్గాలు	10
3	వ్రేళ్లతో ఎక్కాలు	14
4	వ్రేళ్లతో ఎక్కాలు (ఆధారములతో)	33
5	వ్రేళ్లతో కూడికలు	54
6	వేగముగ వ్రేళ్లతో కూడికలు	60
7	వ్రేళ్లతో తీసివేతలు	72
8	వేదగణిత పద్ధతి - తీసివేతలు	78
9	గుణకారములు	80
10	వ్రేళ్లతో భాగహారములు	83

వేగముగ వ్రేళ్ళతో ఎక్కాలు

6 నుంచి 10 వరకు గల ఎక్కాలు

ఈ ఎక్కాలను లెక్కి కట్టుకొనడానికి అంకెలనుండి 5 తీసివేయాలి. మిగిలిన అంకెలకు సరిపడు చేతివ్రేళ్ళను ఇరువైపుల పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను మడిచి పెట్టాలి. మడిచిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము ఒకట్ల స్థానము అవుతుంది. నిలిబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం పదుల స్థానం అవుతుంది.

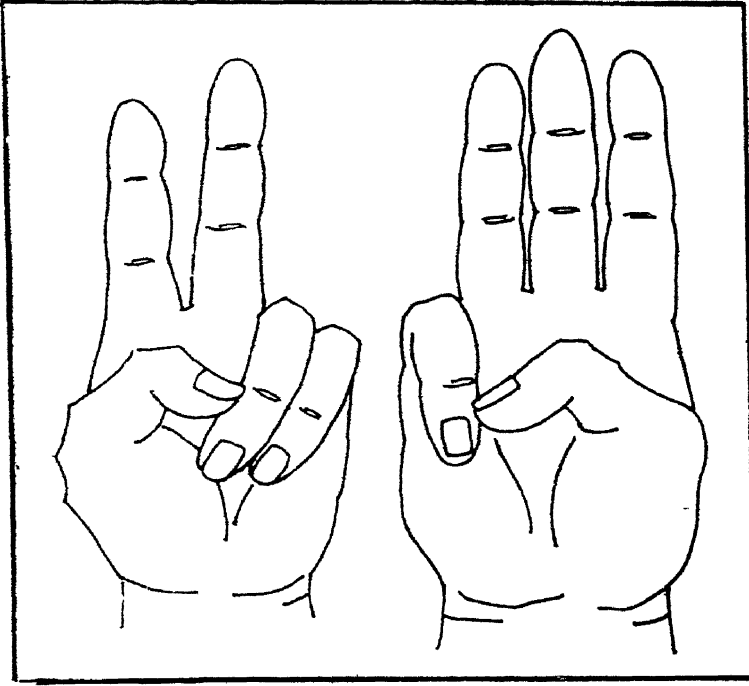


ఉదాహరణకు 9×8 కావలెను అనుకోండి. 9, 8 ల నుండి 5 తీసివేయగ 4, 3 లు వస్తాయి. వీటికి సరిపడు వ్రేళ్ళను పైకిలేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను మడిచిపెట్టాలి. అనగా ఎడమ చేతి 4 వ్రేళ్ళను పైకి లేపి ఒక వ్రేలును మడవాలి. కుడిచేతి 3 వ్రేళ్ళను పైకిలేపి 2 వ్రేళ్ళను మడవాలి (పటములో చూపిన విధముగ)

ఇప్పుడు నిలిబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $4+3=7$ పదులుగ తీసికోవాలి. మడచిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము $1 \times 2 = 2$ ఒకట్ల స్థానముగ తీసికోవాలి.

అనగ $9 \times 8 = 72$ అవుతుంది.

ఇట్లే 7×8 కావలెను అనుకోండి.



7,8 ల నుండి 5 తీసివేయగ 2,3 వస్తాయి. వీటికి సరిపడు వ్రేళ్ళను పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను మడవండి. అనగ ఎడమ చేతి 2 వ్రేళ్ళను పైకిలేపి, 3 వ్రేళ్ళను మడవాలి. కుడిచేతి 3 వ్రేళ్ళను పైకిలేపి 2 వ్రేళ్ళను మడవాలి.

ఇప్పుడు విలబడిన వ్రేళ్ళమొత్తం $2+3 = 5$ ను పదులుగ తీసుకోవాలి.

మడచిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ను ఒకట్ల స్థానముగ తీసికోవాలి.

అనగ $7 \times 8 = 56$ అవుతుంది. ఇట్లే సమయ స్ఫూర్తిగ 6 నుండి 10 వరకు ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు

11 నుండి 15 వరకు ఎక్కాలు

పదికంటే పెద్దవి, పదిహేనుకంటే చిన్నవి అయిన అంకెలను గుణించుకొనుటకు ఆ రెండు అంకెలనుండి మొదటి పదిని తీసివేయండి. అలా తీసివేయగ వచ్చిన అంకెకు సరిపడేలా ఎడమ, కుడి చేతి వ్రేళ్ళను పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను ముడిచి వేయాలి. ఈ ఎక్కాలను నేర్చుకొనునపుడు పైకి లేపబడిన వ్రేళ్ళను మాత్రమే వాడాలి.

2,3 లను కలుపగా వచ్చు $2+3 = 5$ ను పదుల స్థానముగ వ్రాయండి. పదుల స్థానములో గల 1,1 ల లబ్ధము $1 \times 1 = 1$ ని వందల స్థానముగ వ్రాయండి.

ఇప్పుడు $12 \times 13 = 1 \times 1, 2+3, 2 \times 3 = 156$

ఇట్లే $13 \times 13 = 1 \times 1, 3+3, 3 \times 3 = 169$

$12 \times 14 = 1 \times 1, 2+4, 2 \times 4 = 168$

$11 \times 15 = 1 \times 1, 1+5, 1 \times 5 = 165$

$14 \times 14 = 1 \times 1, 4+4, 4 \times 4 = 1, 8, 16 = 196$

$12 \times 15 = 1 \times 1, 2+5, 2 \times 5 = 1, 7, 10 = 170+10 = 180$

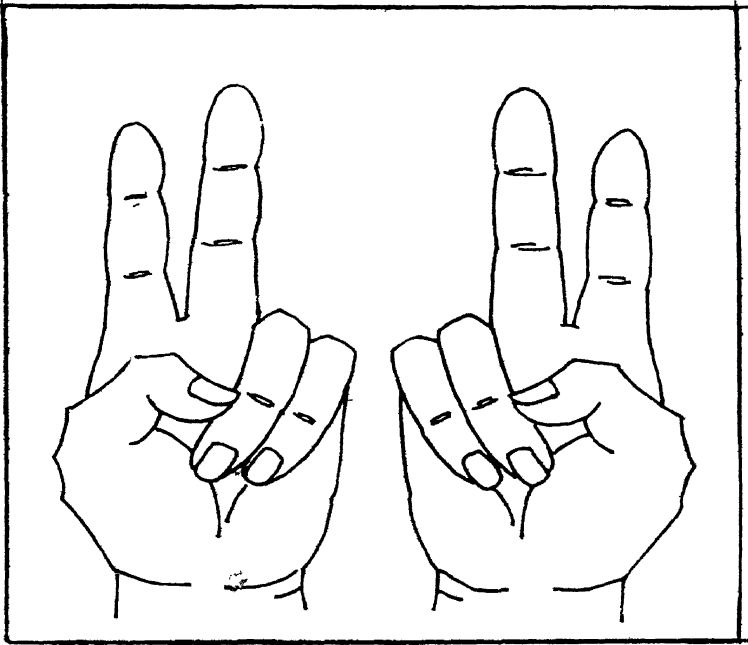
ఇట్లే సమయస్ఫూర్తిగ 11 నుండి 15 వరకు ఎక్కాలను గుణించవచ్చు.

16 నుండి 20 వరకు ఎక్కాలు

పదిహేను కంటే పెద్దవి, 20 కంటే చిన్నవి అయిన అంకెలను గుణించుకొనుటకు ఆ రెండు అంకెలనుండి 15 తీసివేయండి. మిగిలిన అంకెలకు సరిపడు చేతి వ్రేళ్ళను ఇరువైపులా పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను మడచి పెట్టాలి. మడచిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము ఒకట్ల స్థానము అవుతుంది. నిలిబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం యొక్క రెట్టింపు పదుల స్థానము అవుతుంది. వందల స్థానము ఎల్లప్పుడు 2 గ తీసికోండి.

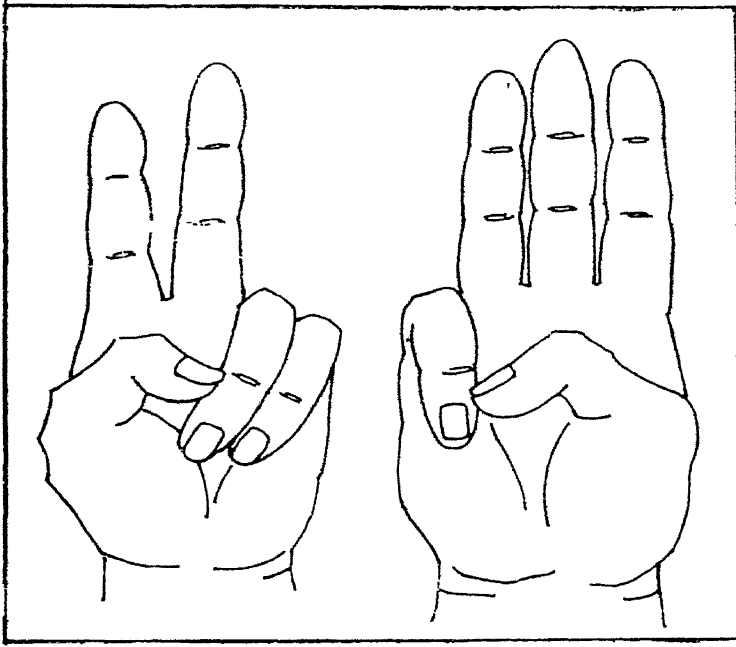
ఉదాహరణకు 17×17 కావలెను అనుకోండి.

17, 17 ల నుండి 15 తీసివేయగ 2, 2 లు వస్తాయి. వీటికి సరిపడు వ్రేళ్ళను పైకి లేపి మిగిలిన 3, 3 వ్రేళ్ళను వంచి వేయండి. వంచి వేయబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము $3 \times 3 = 9$ ఒకట్ల స్థానముగ వ్రాయండి.



నిలిబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం యొక్క రెట్టింపు $(2+2)2 = 8$ విలువను పదులుగ తీసికోండి. వందల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 2 తీసికోండి కావున $17 \times 17 = 289$ ఇట్లే 17×18 లు కావలెను అనుకోండి.

17, 18 ల నుండి 15 తీసివేయగ 2, 3 లు వస్తాయి. వీటికి సరిపడు వ్రేళ్ళను



పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను మడవండి. అనగా ఎడమచేతి 2 వ్రేళ్ళను పైకి లేపి, 3 వ్రేళ్ళను మడవాలి. కుడి చేతి 3 వ్రేళ్ళను పైకిలేపి 2 వ్రేళ్ళను మడవాలి. ఇప్పుడు వంచబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ఒకట్ల స్థానముగ వ్రాయండి. నిలబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం యొక్క రెట్టింపు $(2+3)2 = 10$ విలువను వదులుగ తీసికోండి దీని విలువ $10 \times 10 = 100$ అవుతుంది. వందల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 2 తీసికోండి. కావున $17 \times 18 = 200 + 100 + 6 = 306$

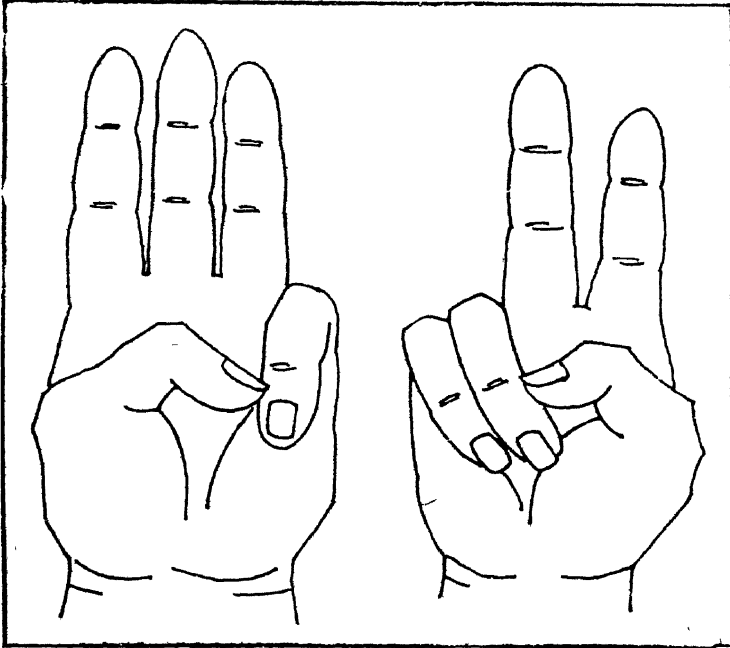
2. వ్రేళ్ళతో వర్గాలు

ఎక్స్కాల వలెనే ఎంతటి నదాలైనను చేతి వ్రేళ్ళతోనే చేసికోవచ్చు. కాగితము కలము అవసరము లేదు.

20 నుండి 25 వరకు గల సంఖ్యల

వర్గాలు, లబ్ధాలు

ఈ గుణకారములను లెక్కకట్టుకొనడానికి అంకెల నుండి 20 తీసివేయాలి. అలా తీసివేయగ వచ్చు అంకెలకు సరిపడేలా ఎడమ, కుడి చేతి వ్రేళ్ళను పైకిలేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళను ముడిచి వేయాలి. 10,20,30,40...ల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల లబ్ధాలు కావలసి వస్తే పైకి లేపబడిన వ్రేళ్ళను మాత్రమే వాడాలి. ముడవ బడిన వ్రేళ్ళను వాడవలసిన అవుసరము లేదు. సదుల స్థానపు అంకెలుగాగల 2,2 లను గుణించగ వచ్చు అంకె $2 \times 2 = 4$ ని వందల స్థానముగ తీసికోవాలి.



ఉదాహరణకు 22×23 కావలెను అనుకోండి.

$22, 23$ ల నుండి 20 తీసివేయగ $2, 3$ లు వస్తాయి. వీటికి సరిపడు ప్రేళ్ళను ఇరువైపులా పైకి లేపండి. $2, 3$ లను గుణించగ వచ్చు $2 \times 3 = 6$ ను ఒకట్ల స్థానముగ వ్రాయండి.

$2, 3$ లను కలుపగ వచ్చు $2+3 = 5$ ను రెట్టింపు చేయగ వచ్చు $2 \times 5 = 10$ ని పదుల స్థానముగ తీసుకోండి. దీని విలువ $10 \times 10 = 100$

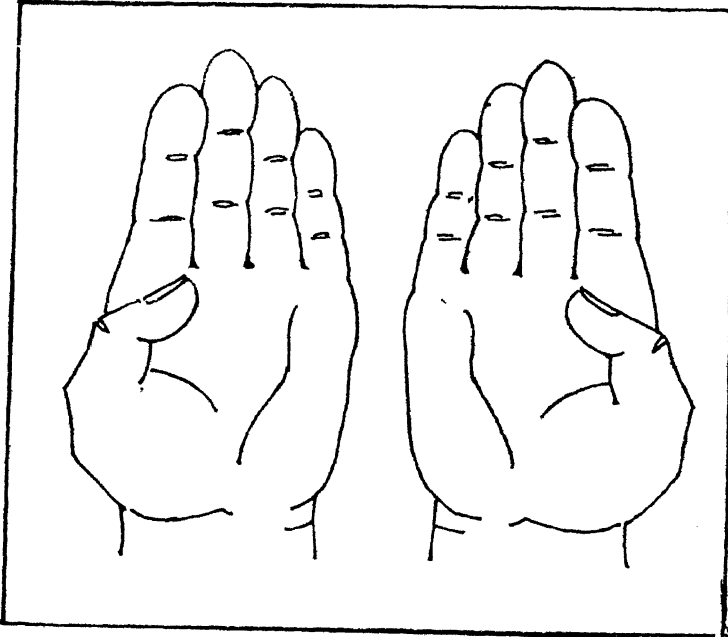
ఒందల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 4 తీసుకోండి.

కావున $22 \times 23 = 400 + 100 + 6 = 506$

ఇదే విధముగ వర్గాలను కూడ కనుక్కోవచ్చు.

ఒకట్ల స్థానములను గుణించగా వచ్చు సంఖ్యను ఒకట్లగా తీసుకోవాలి. ఒకట్ల స్థానములను కలుపగ వచ్చు సంఖ్యను రెట్టింపు చేయగ వచ్చు సంఖ్యను పదులుగ తీసుకోవాలి. పదుల స్థానములను గుణించగ వచ్చు సంఖ్యను వందల స్థానముగ తీసుకోండి.

ఉదాహరణకు 24×24 కావలెను అనుకోండి. $24, 24$ ల నుండి 20 తీసివేయండి. $4, 4$ లు మిగులుతాయి. వీటికి సరిపడు ప్రేళ్ళను ఇరువైపుల పైకి లేపండి.



4,4 లను గుణించగ వచ్చు $4 \times 4 = 16$ ను ఒకట్లస్థానముగా వ్రాయండి.

4,4లను కలుపగా వచ్చు $4+4 = 8$ ని రెట్టింపు చేయగ వచ్చు $8 \times 2 = 16$ ని పదులుగ తీసికోండి. దాని విలువ $16 \times 10 = 160$. వందల స్థానము ఎల్లప్పుడు 4గ తీసికోండి.

$$\text{కావున } 24 \times 24 = 400 + 160 + 16 = 576$$

$$\text{ఇట్లే } 23 \times 23 = 2 \times 2, (3+3)2, 3 \times 3 = 4/1 \quad 2/9 = 529$$

$$25 \times 25 = 2 \times 2 (5+5)2, 5 \times 5 = 4/2 \quad 0/25 = 625.$$

$$21 \times 21 = 2 \times 2, (1+1)2, 1 \times 1 = 441$$

ఇట్లే 20,30,40,50.... మొదలగు సంఖ్యల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల లబ్ధాలు కనుగొనుటకు పదుల స్థానములను కనుగొనుటకు వరుసగ 2,3,4,5.. లతో గుణించుకోవాలి.

ఉదాహరణకు

$$31 \times 31 = 3 \times 3, (1+1)3, 1 \times 1 = 961$$

$$42 \times 42 = 4 \times 4, (2+2)4, 2 \times 2 = 16/1 \quad 6/4 = 1764$$

$$63 \times 63 = 6 \times 6, (3+3)6, 3 \times 3 = 36/3 \quad 6/9 = 3969$$

$$74 \times 74 = 7 \times 7, (4+4)7, 4 \times 4 = 49/5 \quad 6/1 \quad 6 = 5476$$

$$86 \times 86 = 8 \times 8, (6+6)8, 6 \times 6 = 64/9 \quad 6/3 \quad 6 = 7396$$

$$104 \times 104 = 10 \times 10, (4+4) \quad 10, 4 \times 4 = 100 / 80 / 16 \\ = 100/8 \quad 0/16 = 10816$$

$$108 \times 108 = 10 \times 10, (8+8)10, 8 \times 8$$

$$= 100/16 \quad 0/6 \quad 4$$

$$= 11664$$

$$112 \times 112 = 10 \times 10, (12+12)10, 12 \times 12$$

$$= 100/24 \quad 0/14 \quad 4 = 12544$$

$$1004 \times 1004 = 100 \times 100, (4+4)100, 4 \times 4$$

$$= 10000/800/16 = 1000/80 \quad 0/1 \quad 6 = 100801$$

ఇట్లే కొంచెము అనుభవము సంపాదించే 10, 20, 30,.... 100, 1000 ... ల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల వర్గాలను లెక్కకట్టుకోవచ్చును.

ఒకసంఖ్య 10,20,30,40...ల కంటే తక్కువ, రెండవసంఖ్య 10,20,30,40,...ల కంటే ఎక్కువ అయినప్పుడు కూడ లబ్ధాలను కనుక్కోవచ్చును.

ఉదాహరణకు 9×16 కావలెను అనుకోండి. మొదటి సంఖ్య 10 కంటే 1 తక్కువ, 16 అను సంఖ్య 10 కంటే 6 ఎక్కువ. కావున వీటి లబ్ధము $-1 \times 6 = -6$ గ వస్తుంది.

ఇప్పుడు మొదటి సంఖ్య 9 కి రెండవ సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానము 6ను కలుపగ వచ్చు $9+6 = 15$ ను పదులుగ తీసికోవాలి. దీని విలువ $15 \times 10 = 150$ అవుతుంది. దీనినుండి 6 ను తీసివేయగ సంఖ్యల లబ్ధము వస్తుంది.

$$\begin{aligned} \text{కావున } 9 \times 16 &= (9+6)10, -1 \times 6 \\ &= 150-6 = 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ఇట్లే } 8 \times 18 &= (8+8)10, -2 \times 8 \\ &= 160-16 = 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \times 19 &= (7+9)10, -3 \times 9 \\ &= 160-27 = 133 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \times 17 &= (6+7)10, -4 \times 7 \\ &= 130-28 = 102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ఇట్లే } 17 \times 23 &= (17+3) \times 20, -3 \times 3 \\ &= 400-9 = 391 \end{aligned}$$

20 కి దగ్గరగ నున్నప్పుడు 2 రెట్లు చేసి కొని పదులుగ తీసికోవాలి. 30 కి దగ్గరగ నున్నప్పుడు 3 రెట్లు చేసికొని పదులుగ తీసికోవాలి.

$$\begin{aligned} 27 \times 39 &= (27+9)30, -3 \times 9 \\ &= 1080-27 = 1053 \end{aligned}$$

$$\text{ఇట్లే } 38 \times 42 = (38+2)40, -2 \times 2 = 1600-4 = 1596$$

$$\begin{aligned} 47 \times 56 &= (47+6)50, -3 \times 6 \\ &= 2650-18 = 2632 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 78 \times 84 &= (78+4)80, -2 \times 4 \\ &= 82 \times 80 - 8 = 6560-8 = 6552 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 99 \times 102 &= (99+2) \times 100, -1 \times 2 \\ &= 10100-2 = 10098 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 999 \times 1004 &= (999+4) \times 1000, -1 \times 4 \\ &= 1003000-4 = 1002996 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9999 \times 10006 &= (9999+6) \times 10000, -1 \times 6 \\ &= 100050000-6 \\ &= 100049994 \end{aligned}$$

ఈ విధముగ సమయస్ఫూర్తిగ వర్గాలను పూర్ణ సంఖ్యలకు దగ్గరగనున్న సంఖ్యల లబ్ధాలను మౌఖికముగ గుణించుకోవచ్చును.

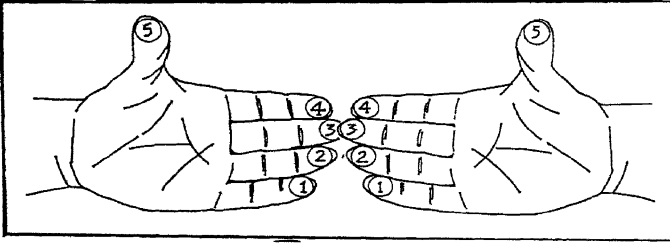
3. ఎక్కాలు

వ్రేళ్ళకు పేర్లుపెట్టుకొని ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు.

1-5 వరకు ఎక్కాలు

రెండు చేతుల వ్రేళ్ళను 1 నుండి 5 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 1, ఉంగరపు వ్రేలు 2, మధ్యవ్రేలు 3, చూపుడువ్రేలు 4, బొటనవ్రేలు 5 గా పేర్లు పెట్టుకోవాలి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ళను కలుపుకోవాలి. మిగిలిన వ్రేళ్ళ సంఖ్యను గుణించగ వచ్చు సంఖ్యను 25 కి కలిపి మొత్తం కనుక్కోండి. మిగిలిన వ్రేళ్ళ మొత్తమును 5 చే గుణించి మొత్తం నుండి తీసివేయగ అంకెల లబ్ధము వస్తుంది.

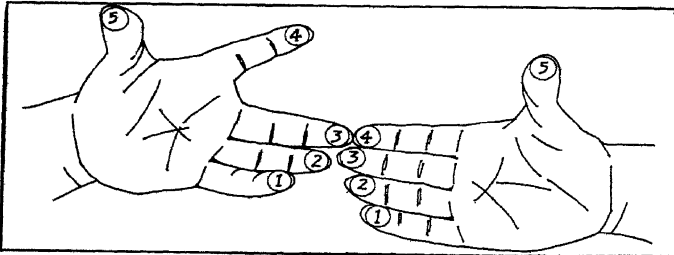


ఉదాహరణకు 4×4 కావలెను అనుకోండి.

4,4 పేర్లు గల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.

ఇరువైపుల 1,1 వ్రేళ్ళు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $1 \times 1 = 1$ వస్తుంది. దీనిని 25 కి కలుపగ మొత్తం $25 + 1 = 26$ అవుతుంది.

మిగిలిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $1 + 1 = 2$ ను 5 చే గుణించగ వచ్చు $2 \times 5 = 10$ ని 26 నుండి తీసివేయండి. $26 - 10 = 16$ వస్తుంది.



కాపున $4 \times 4 = 16$ అవుతుంది.

ఇట్లే 3×4 కావలెను అనుకోండి.

3,5 పేర్లుగల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.

ఇరువైపుల 2,1 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము

$2 \times 1 = 2$ వస్తుంది. దీనిని 25కి కలుపగ మొత్తం

$25 + 2 = 27$ అవుతుంది.

మిగిలిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $2 + 1 = 3$ ను 5 చే గుణించగ వచ్చు $3 \times 5 = 15$ ని 27 నుండి తీసివేయండి. $27 - 15 = 12$ వస్తుంది.

కాపున $3 \times 4 = 12$ అవుతుంది.

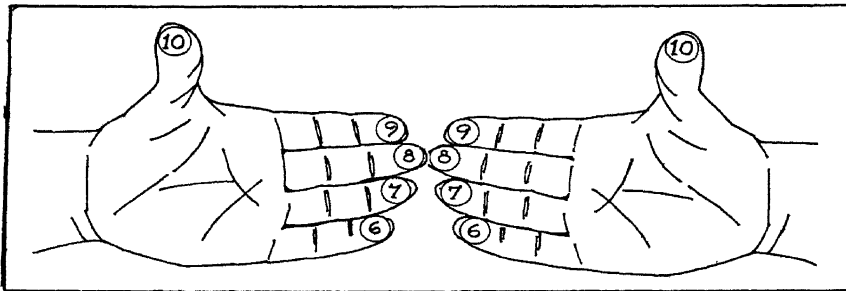
ఈ విధముగ 5 కు లోపు ఎక్స్కాలను కూడ గుణించుకోవచ్చు. కాని అతి చిన్న సంఖ్యలు అయిన కష్ట తరము అనిపించును. 5×5 ఎక్స్కాలకు లోపు అయినపుడు అంతగ యీ పద్ధతిని సులభము అనిపించదు. కాని గుణించుకోగలము.

గుణకార వివరణ : ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళ విలువ $5 - a$ గను, కుడిచేతి వ్రేళ్ళ విలువ $5 - b$ గను తలంచగ $(5 - a)(5 - b) = 25 - 5(a + b) + ab$ అవుతుంది. a, b లు మిగిలిపోయిన వ్రేళ్ళ సంఖ్యను చూపిస్తాయి. అనగ a, b ల లబ్ధము ab ని 25 కు కలిపి, a, b ల మొత్తమును 5 చే గుణించగ వచ్చు సంఖ్యను తీసివేయగ లబ్ధము వస్తుంది.

6 - 10 వరకు ఎక్స్కాలు

రెండు చేతుల వ్రేళ్ళను 6 నుండి 10 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 6, ఉంగరపు వ్రేలు 7, మధ్య వ్రేలు 8, చూపుడు వ్రేలు 9, బొటన వ్రేలు 10 గ పేర్లు పెట్టుకోవాలి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ళను కలుపుకోవాలి. కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం పదులుగ తీసికోవాలి. మిగిలిన వ్రేళ్ళ సంఖ్యను గుణించగ వచ్చు సంఖ్యను ఒకట్లుగ తీసికోవాలి.



ఉదాహరణకు 9×9 కావలెను అనుకోండి.

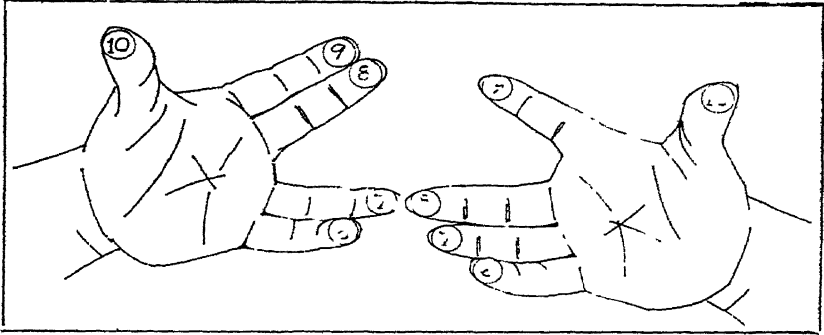
9,9 పేర్లుగల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.

ఇరువైపుల 1,1 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $1 \times 1 = 1$ ని ఒకట్ల స్థానముగ తీసికోండి.

కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $4 + 4 = 8$ ని పదులుగ తీసికోండి

ఇప్పుడు $9 \times 9 = 81$ అవుతుంది.

ఇట్లే 7×8 కావలెను అనుకోండి.



7,8 పేర్లు గల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.

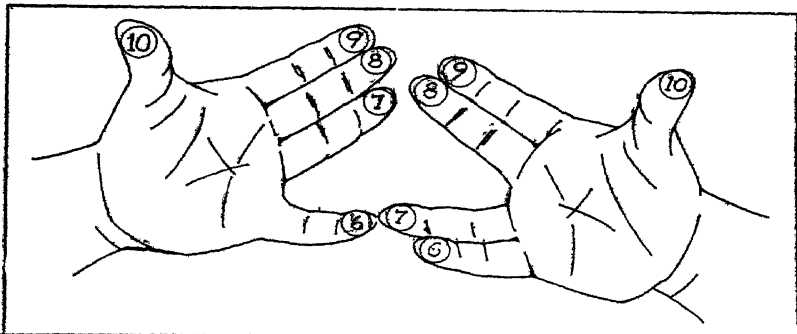
ఇరువైపుల 3,2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ను ఒకట్ల స్థానముగ తీసికోండి.

కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $2 + 3 = 5$ ను పదులుగ తీసికోండి

కావున $7 \times 8 = 56$ అవుతుంది.

మరొక ఉదాహరణగ 6×7 కావలెను అనుకోండి.

6,7 పేర్లుగల వ్రేళ్ళను కలుపుకోండి.



ఇరువైపుల 4,3 వ్రేళ్ళ మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $3 \times 4 = 12$ ను ఒకట్ల గ తీసికోండి. 12 అవుతుంది.

కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $1+2 = 3$ ను పదులు గ తీసికోండి.

$3 \times 10 = 30$ అవుతుంది.

కావున $6 \times 7 = 30 + 12 = 42$ అవుతుంది. ఇట్లే సమయస్ఫూర్తి గ 6 - 10 ఎక్కాల వరకు గుణించుకోవచ్చు.

గుణకార వివరణ : ఎడమ చేతివ్రేళ్ళు $(10-a)$, $(0 \leq a \leq 4)$, కుడిచేతివ్రేళ్ళు $10-b$, $(0 \leq b \leq 4)$ గను తలంచగ

$$(10-a)(10-b) = 100 - 10a - 10b + ab \\ = 10(10-a-b) + ab$$

a, b లు మిగిలిపోయిన వ్రేళ్ళను తెలుపుతాయి. వీటి లబ్ధము ab ఒకట్ల స్థానము అవుతుంది. $10-a-b$ కలుపబడిన వ్రేళ్ళ సంఖ్యను తెలుపును. దీనిని పదులు గ తలంచవలెను.

దీనినే క్రింది పట్టిక ద్వారా వివరించవచ్చు.

10	5	0	0	5	10
9	4	-1	-1	4	9
8	3	-2	-2	3	8
7	2	-3	-3	2	7
6	1	-4	-4	1	6

6,7,8,9,10 సంఖ్యలకు ఎదురు గ మధ్యలోనున్న అంకెలు ఆయా సంఖ్యల వరకు గల వ్రేళ్ళ సంఖ్యలు అవుతాయి. అనగ 8 కి ఎదురు గనున్న 3, ఎనిమిది పేరు గల వ్రేళ్ళ వరకు గల వ్రేళ్ళ సంఖ్యను తెలుపును. ఇట్లే 7 కు ఎదురు గనున్న 2, ఏడు పేరు గల వ్రేళ్ళ వరకు గల వ్రేళ్ళ సంఖ్యను తెలుపును.

1,2,3,4,5 సంఖ్యలకు ఎదురు గనున్న అంకెలు మిగిలి పోయిన వ్రేళ్ళ సంఖ్యను తెలుపును.

ఉదాహరణకు 9×9 కావలెను అనుకోండి.

9,9 లకు ఎదురు గనున్న 4,4 ల మొత్తం $4+4 = 8$ పదులు గ తీసికోండి.

4,4 లకు ఎదురు ఎదురు గనున్న -1, -1 ల లబ్ధము $-1 \times -1 = 1$ ని ఒకట్ల స్థానము గ తీసికోండి.

కావున $9 \times 9 = 81$

ఇట్లే 8×7 కావలెను అనుకోండి.

8,7 లకు మధ్యగ ఎదురుగనున్న 3,2 ల మొత్తం $3+2 = 5$ ని పదులుగ తీసికోండి.

3,2 లకు ఎదురుగనున్న -2,-3 ల లబ్ధము $-2 \times -3 = 6$ ను ఒకట్లగ తీసికోండి.

$$\text{కావున } 8 \times 7 = 56$$

మరియు 6×6 కావలెను అనుకోండి.

6,6 లకు ఎదురుగనున్న 1,1ల మొత్తం $1+1 = 2$ ను పదులుగ తరించగ 20 అవుతుంది.

1,1 లకు ఎదురుగ నున్న -4, -4 ల లబ్ధము $-4 \times -4 = 16$ ను ఒకట్లగ తీసికోండి.

కావున $6 \times 6 = 20+16 = 36$ అవుతుంది. ఇట్లే పదికి లోపు ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు. పట్టికను క్రిందకు కూడా పాడిగిస్తే 6కు లోపు అంకెలతో కూడ గుణించుకోవచ్చు.

10	5	0	0	5	10
9	4	-1	-1	4	9
8	3	-2	-2	3	8
7	2	-3	-3	2	7
6	1	-4	-4	1	6
5	0	-5	-5	0	5
4	-1	-6	-6	-1	4
3	-2	-7	-7	-2	3
2	-3	-8	-8	-3	2
1	-4	-9	-9	-4	1

ఉదాహరణకు 4×9 కావలెను అనుకోండి.

4,9 లకు ఎదురుగనున్న అంకెల మొత్తం $-1+4 = 3$ ను పదులుగ తరించండి. 30 అవుతుంది.

-1,4 లకు ఎదురుగ నున్న -6, -1ల లబ్ధము

$-6 \times -1 = 6$ ను ఒకట్లగ తరించండి.

ఇప్పుడు $4 \times 9 = 30+6 = 36$ అవుతుంది.

ఇట్లే 2×9 కావలెను అనుకోండి.

2,9 లకు ఎదురుగ నున్న అంకెల మొత్తం

$-3 + 4 = 1$ ని పదులుగ తీసికోండి.

-3,4 లకు ఎదురుగ నున్న -8, -1ల లబ్ధిము $-8 \times -1 = 8$ ని ఒకట్లగ తలంచండి.

ఇప్పుడు $2 \times 9 = 18$ అవుతుంది.

ఈ విధముగ పట్టికను ఉపయోగించికూడ ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు. సాధ్యమయినంత వరకు పెద్ద సంఖ్యల గుణకారము సులభతరము అనిపించును. చిన్న సంఖ్యలు అయినచో రెండవ పర్యాయము గుణించవలసిన అంకెల లబ్ధిము అంకెల లబ్ధిము కంటే కష్టతరము అనిపించును.

ఈ పద్ధతుల వలన ఆలోచనా శక్తి, మెదడుకు మేత కలిగించును.

1-5, 6-10 వరకు అంకెలతో లబ్ధాలు

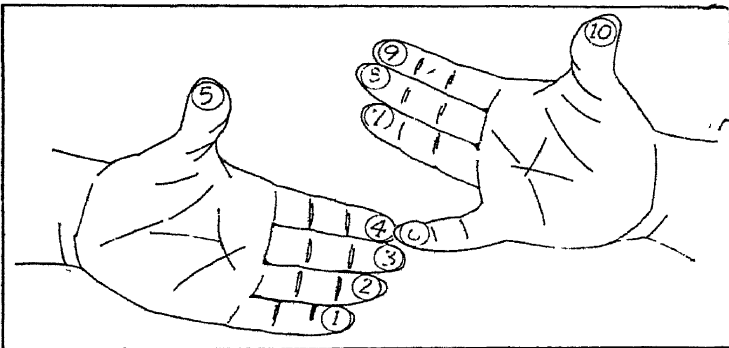
ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళకు 1 నుండి 5 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 1, ఉంగరపు వ్రేలు 2, మధ్యవ్రేలు 3, చూపుడు వ్రేలు 4, బొంగరపు వ్రేలు 5గ పేర్లు పెట్టుకోవాలి.

కుడి చేతి వ్రేళ్ళకు 6నుండి 10 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 6, ఉంగరపు వ్రేలు 7, మధ్య వ్రేలుకే 8, చూపుడు వ్రేలు 9, బొంగరపు వ్రేలు 10 గ పేర్లు పెట్టుకోవాలి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ళను కలుపుకోవాలి. కలువబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము ఒకట్లుగ తీసికోవాలి. ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళ విలువ 5 గ తీసికోవాలి.

ఉదాహరణకు 4×6 లు కావలెను అనుకోండి.

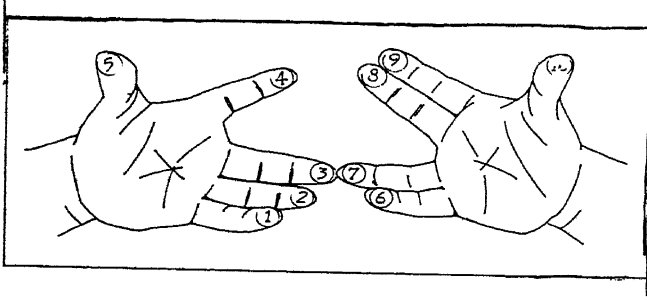
4,6 లు పేర్లు గల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.



కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $4 \times 1 = 4$ ను ఒకట్లగా తీసికోండి. ఎడమవైపు వ్రేళ్లు 4 యొక్క విలువ $4 \times 5 = 20$ గా తీసికోండి. కావున $4 \times 6 = 20 + 4 = 24$

ఇట్లే 3×7 లు కావలెను అనుకోండి.

3,7లు పేర్లు గల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.



కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ను ఒకట్లగా తీసికోండి. ఎడమ చేతివ్రేళ్ళు 3 యొక్క విలువ $3 \times 5 = 15$ అవుతుంది. కావున $3 \times 7 = 15 + 6 = 21$

ఇట్లే 1-5 అంకెలతో 6-10 వరకు అంకెలతో గుణించుకోవచ్చు.

దీనిగణిత వివరణ: ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళవిలువ a , కుడి చేతి వ్రేళ్ళ విలువ $5+b$ అనుకోండి.

$$a(5+b) = 5a + ab$$

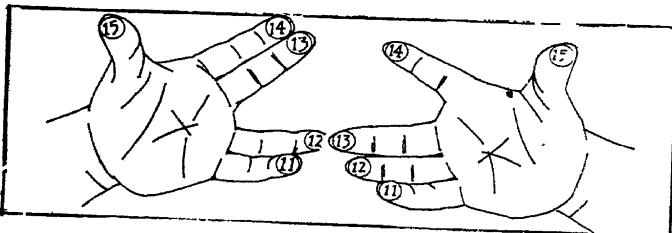
11- 15 వరకు ఎక్కాలు

రెండు చేతులవ్రేళ్ళకు 11-15 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 11, ఉంగరపు వ్రేలు 12, మధ్యవ్రేలు 13, చూపుడు వ్రేలు 14, బొటన వ్రేలు 15 గా తలంచండి.

11-15 వరకు ఎక్కాలు కావలసి వచ్చినప్పుడు కలుపబడిన వ్రేళ్ళు మాత్రమే వాడాలి. కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము ఒకట్లగా తీసికోండి. వ్రేళ్ళ మొత్తం పదులుగా తీసికోండి. వందల స్థానము ఎల్లప్పుడు 1గా తీసికోండి.

ఉదాహరణకు 12×13 కావలెను అనుకోండి

12,13 పేర్లుగల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.

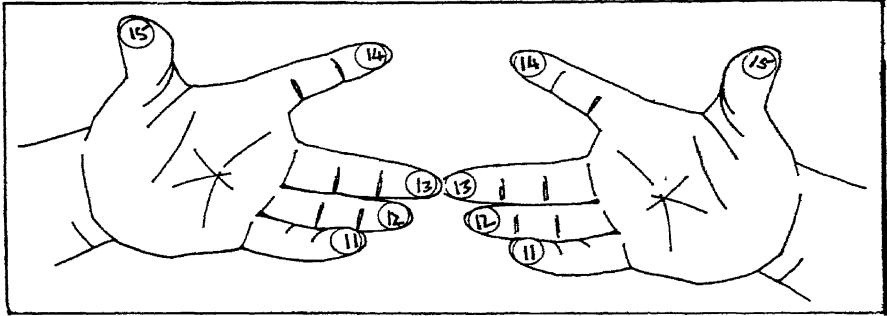


కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $2 \times 3 = 6$ ను ఒకట్లగ తీసికోండి. కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $2+3 = 5$ ను పదులుగ తీసికోండి. వందల స్థానము 1 గ తీసికోండి.

కావున $12 \times 13 = 156$

ఇట్లే 13×13 కావలెను అనుకోండి.

$13, 13$ పేర్లుగల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.



కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము $3 \times 3 = 9$ ని ఒకట్లగ తీసికోండి. కలుపబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తం $3+3 = 6$ ని పదులుగ తీసికోండి. వందల స్థానము 1 గ తీసికోండి.

కావున $13 \times 13 = 169$

ఇట్లే $12 \times 14 = 1 \times 1, 2+4, 2 \times 4 = 168$

$13 \times 14 = 1 \times 1, 3+4, 3 \times 4 = 182$

$14 \times 14 = 1 \times 1, 4+4, 4 \times 4 = 196$

బీజగణిత వివరణ : ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళ విలువ $10+a$,

కుడిచేతి వ్రేళ్ళ విలువ $10+b$ గ తలచండి.

అప్పుడు $(10+a)(10+b) = 100 + 10(a+b) + ab$

దీనిని కింది పట్టిక ద్వారా వివరించవచ్చు.

15	5	5	15
14	4	4	14
13	3	3	13
12	2	2	12
11	1	1	11

11, 12, 13, 14, 15 సంఖ్యలకు ఎదురుగునున్న సంఖ్యలు ఆయా సంఖ్యల వరకు గల వ్రేళ్ళ సంఖ్యకు సమానము. ఎదురుగు నున్న అంకెల లబ్ధము ఒకట్ల స్థానము

అగును. అంకెల మొత్తం పదుల స్థానము అగును. వందల స్థానము ఎల్లప్పుడు తీసుకోండి.

ఉదాహరణకు 12×13 కావలెను అనుకోండి.

$$\text{ఒకట్లు} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{పదులు} = 2 + 3 = 5$$

$$\text{వందలు} = 1$$

$$\text{కావున } 12 \times 13 = 156$$

ఇట్లే 13×14 కావలెను అనుకోండి

$$\text{ఒకట్లు} = 3 \times 4 = 12$$

$$\text{పదులు} = 3 + 4 = 7$$

$$\text{వందలు} = 1$$

$$\text{కావున } = 13 \times 14 = 100 + 70 + 12 = 182$$

$$14 \times 14 = 100 + (4+4)10 + 4 \times 4$$

$$= 100 + 80 + 16 = 196$$

$$14 \times 15 = 100 + (4+5) \times 10 + 4 \times 5$$

$$= 100 + 90 + 20 = 210$$

6-10 వరకు అంకెలతో

11-15 వరకు అంకెలతో ఎక్కాలు

ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళకు 6-10 వరకు, పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 6, ఉంగరపు వ్రేలు 7, మధ్యవ్రేలు 8, చూపుడు వ్రేలు 9, బొంగరపు వ్రేలు 10 గ తలంచండి.

కుడిచేతి వ్రేళ్ళకు 11-15 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటికెన వ్రేలు 11, ఉంగరపు వ్రేలు 12, మధ్యవ్రేలు 13, చూపుడు వ్రేలు 14, బొంగరపు వ్రేలు 15 గ తలంచండి.

ఎడమ చేతివైపు ఏ అంకెతో గుణించవలెనో ఆ అంకెగల వ్రేలును వదలి వేసి కుడిచేతి గుణించవలసిన సంఖ్యగల వ్రేళ్ళ వరకు కలపండి. దీనిని మొదటి సంఖ్యకు రెండవ సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానము కలుపగ వచ్చు సంఖ్యను పదులుగ తలంచి తీసివేయండి. లబ్ధిము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 6×12 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమ చేతి 7వ వ్రేలునుండి పై వరకు గల వ్రేళ్ళను, కుడిచేతి 12వ వ్రేలు వరకు

కలపండి. ఎడమవైపు 4, కుడివైపు 2 వ్రేళ్లు ఉంటాయి. వీటి లబ్ధము $4 \times 2 = 8$ వస్తుంది.

మొదటి సంఖ్య 6 నకు రెండవ సంఖ్య 12 లోని 2 కలుపగ $6+2 = 8$ వస్తుంది. దీనిని పదులుగ తలంచగ 80 అవుతుంది. దీని నుంచి 8 తీసివేయండి. $80-8 = 72$ అవుతుంది.

$$కావున 6 \times 12 = 72$$

ఇట్లే 8×13 కావలెను అనుకోండి.

మొదటి సంఖ్య 8 నకు రెండవ సంఖ్య 13 లోని 3 ను కలుపగ $8+3 = 11$ వస్తుంది. దీనిని పదులుగ తలంచండి. 110 అవుతుంది.

ఎడమ చేతి 9 వ వ్రేలు నుండి పైవరకు గల వ్రేళ్ళను, కుడిచేతి 13 వ వ్రేలు వరకు కలపండి. ఎడమవైపు 2, కుడి చేతి 3 వ్రేళ్లు ఉంటాయి. వీటి లబ్ధము $2 \times 3 = 6$. దీనిని 110 నుంచి తీసివేయండి. $110-6 = 104$ వస్తుంది.

$$కావున $8 \times 13 = 104$ అవుతుంది.$$

$$\begin{aligned} \text{ఇట్లే } 9 \times 14 &= (9+4) 10 - 1 \times 4 \\ &= 130-4 = 126 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \times 15 &= (7+5) \times 10 - 3 \times 5 \\ &= 120 - 15 = 105 \end{aligned}$$

బీజగణిత వివరణ :

$$\begin{aligned} (10-a)(10+b) &= 100 - 10a + 10b - ab \\ &= 10(10-a+b) - ab. \end{aligned}$$

10-a మొదటి సంఖ్య అవుతుంది. దీనికి రెండవ సంఖ్యలోని ఒకట్ల స్థానము b ని కలుపగ వచ్చు సంఖ్య పదులుగ తలంచి మొదటి సంఖ్య 10 కి ఎంత తక్కువో (a) దానిని రెండవ సంఖ్య పదికి ఎంత ఎక్కువో (b)తో గుణించగ వచ్చు సంఖ్యను తీసివేయాలి. దీనినే క్రింది పట్టిక ద్వారా చూపించవచ్చు.

15	5	5	15
14	4	4	14
13	3	3	13
12	2	2	12
11	1	1	11
10	0	0	10
9	-1	-1	9
8	-2	-2	8
7	-3	-3	7
6	-4	-4	6

6, 7, 8 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 సంఖ్యలకు ఎదురుగ నున్న అంకెలు పదికి ఎంత తక్కువో ఎంత ఎక్కువో తెలుపుతాయి.

ఉదాహరణకు 7×13 లు కావలెను అనుకోండి.

పట్టికనుండి 13 కు ఎదురుగ నున్న 3 ను 7 నకు కలుపగ $7+3 = 10$ వస్తుంది. దీనిని పదులుగ తలంచగ 100 అవుతుంది. 7 నకు ఎదురుగ నున్న -3 ను, 13 నకు ఎదురుగానున్న 3 తో గుణించగవచ్చు $-3 \times 3 = -9$ ని 100 కి కలపండి $100 - 9 = 91$ వస్తుంది.

$$\text{కావున } 7 \times 13 = 91$$

ఇట్లే 8×15 కావలెను అనుకోండి.

15 నకు ఎదురుగ నున్న 5 ను 8 కి కలుపగ 13 అవుతుంది. దీనిని పదులుగ తలంచగ 130 అవుతుంది.

8 కి ఎదురుగా నున్న -2 ను 15 నకు ఎదురుగానున్న 5 తో గుణించగ వచ్చు. $-2 \times 5 = -10$ ని 130 కి కలపండి. $130 - 10 = 120$ వస్తుంది.

$$\text{కావున } 8 \times 15 = 120$$

$$6 \times 14 = (6+4) \times 10 - 4 \times 4$$

$$= 100 - 16 = 84$$

$$7 \times 15 = (7+5) \times 10 - 3 \times 5$$

$$= 120 - 15 = 105$$

$$9 \times 14 = (9+4) \times 10 - 1 \times 4$$

$$= 130 - 4 = 126$$

$$8 \times 13 = (8+3) \times 10 - 2 \times 3$$

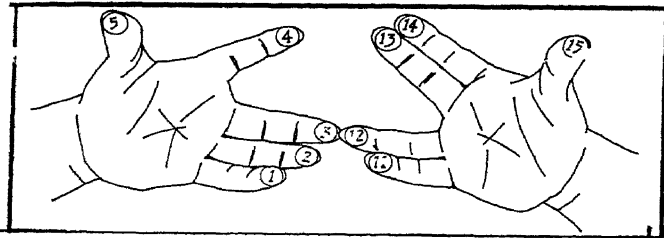
$$= 110 - 6 = 104$$

1-5 అంకెలతో 11-15 అంకెల ఎక్కాలు.

ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళకు 1 నుండి 5 వరకు పేర్లు పెట్టుకోండి. చిట్కెన వ్రేలు 1, ఉంగరపు వ్రేలు 2, మధ్య వ్రేలు 3, చూపుడు వ్రేలు 4, బొంగరపు వ్రేలు 5 గ తలంచండి కుడిచేతి వ్రేళ్ళకు 11 నుండి 15 వరకు పేర్లు పెట్టుకోండి. చిట్కెన వ్రేలు 11, ఉంగరపు వ్రేలు 12, మధ్య వ్రేలు 13, చూపుడు వ్రేలు 14, బొంగరపు వ్రేలు 15 గ తలంచండి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోవాలి. కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము ఒకట్ల గ తీసికోండి. ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళ విలువను పదులు గ తీసికోండి. ఉదాహరణకు 3×12 కావలెను అనుకోండి.

3, 12 పేర్లు గల వ్రేళ్ళను కలుపుకోండి.



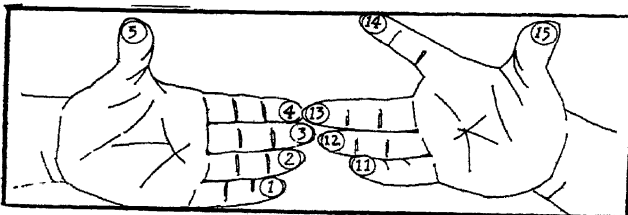
$$\text{ఒకట్లు} = \text{కలుపబడిన వ్రేళ్ళ లబ్ధము} = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{పదులు} = \text{ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళ} = 3$$

$$\text{కావున } 3 \times 12 = 36$$

ఇట్లే 4×13 కావలెను అనుకోండి.

4, 13 పేర్లు గల వ్రేళ్ళ వరకు కలుపుకోండి.



ఒక్కల్లు = కలువబడిన వ్రేళ్ల లబ్ధము = $4 \times 3 = 12$

పదులు = ఎడమ చేతి వ్రేళ్లు = 4

కావున $4 \times 13 = 40 + 12 = 52$

బీజగణిత వివరణ : ఎడమ చేతి వ్రేళ్ళను a గను, కుడిచేతి వ్రేళ్ళను $10+b$ గను తరించండి

$$a(10+b) = 10a + ab$$

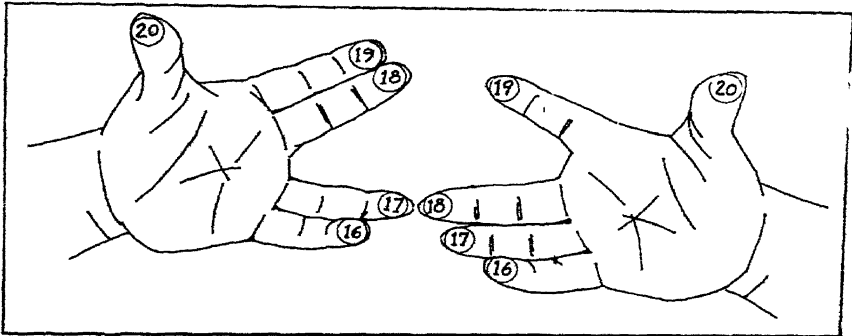
16-20 వరకు ఎక్కాలు.

రెండు చేతుల వ్రేళ్లకు 16 నుండి 20 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటకన వ్రేలు 16, ఉంగరపు వ్రేలు 17, మధ్యవ్రేలు 18, చూపుడు వ్రేలు 19, బొటన వ్రేలు 20 గ తరించుకోవాలి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ల వరకు కలుపుకోవాలి మిగిలిన వ్రేళ్ళను వదలి వేయాలి.

మిగిలిన వ్రేళ్ల లబ్ధమును ఒక్కల్లుగ తీసికోవాలి. కలువబడిన వ్రేళ్ళ మొత్తమును 20 లుగ తరించాలి. వందల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 2 తీసికోవాలి.

ఉదాహరణకు 17×18 కావలెను అనుకోండి.



17,18 వ్రేళ్ల వరకు కలుపుకోండి.

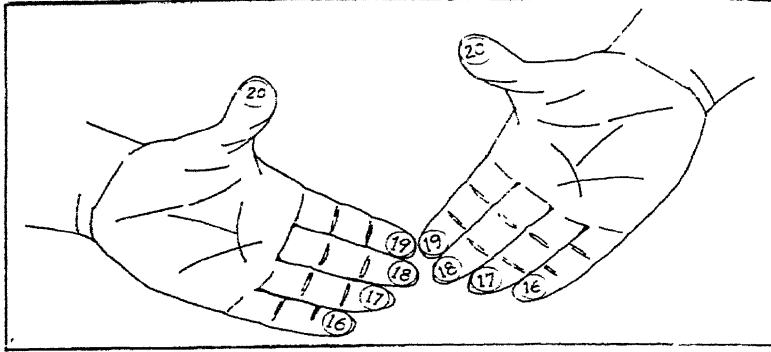
ఇరువైపుల 3,2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ను ఒక్కల్లుగ తీసికోండి.

కలువబడిన వ్రేళ్ల మొత్తం $2+3 = 5$ ను 20 లుగ తీసికోండి. దీని విలువ $5 \times 20 = 100$. వందలుగ 2 తీసికోండి.

కావున $17 \times 18 = 200 + 100 + 6 = 306$ అవుతుంది.

ఇట్లే 19×19 కావలెను అనుకోండి.

19,19 వ్రేళ్ల వరకు కలుపుకోండి.



$$\text{ఒకటై} = \text{మిగిలిన వేళ్ల లబ్ధము} = 1 \times 1 = 1$$

$$\text{పదులు} = (4+4) \times 20 = 160$$

$$\text{వందలు} = 200$$

$$\text{కావున } 19 \times 19 = 200 + 160 + 1 = 361$$

బీజగణిత వివరణ : ఎడమచేతి వేళ్ళను 20-a, కుడిచేతి వేళ్ళను 20-b గను

తలంచండి.

$$(20-a)(20-b) = 400 - 20a - 20b + ab$$

$$= 20 (20-a-b) + ab$$

దీనినే క్రింది పట్టిక ద్వారా వివరించవచ్చును.

20	5	0	0	5	20
19	4	1	1	4	19
18	3	2	2	3	18
17	2	3	3	2	17
16	1	4	4	1	16

16,17,18,19,20 సంఖ్యలకు ఎదురుగా మధ్యలో నున్న అంకెలు ఆయా సంఖ్యల వరకు గల వ్రేళ్ల సంఖ్యలు అవుతాయి. అనగా 19 కి ఎదురుగానున్న 4, 19 పేరుగల వ్రేళ్ల వరకు గల వ్రేళ్ల సంఖ్యను తెలుపును.

1,2,3,4,5 సంఖ్యలకు ఎదురుగానున్న అంకెలు మిగిలిపోయిన వ్రేళ్ల సంఖ్యను తెలుపును.

ఉదాహరణకు 19×19 లు కావలెను అనుకోండి.

19,19 లకు ఎదురుగానున్న 4,4 ల మొత్తం $4+4 = 8$ ని ఇరువై గ తలంచండి దీని విలువ $8 \times 20 = 160$

4,4లకు ఎదురుగా నున్న 1,1 ల లబ్ధిము $1 \times 1 = 1$ ని ఒకట్లుగ తీసికోండి
వందల స్థానముగ 2 తీసికోండి.

కావున $19 \times 19 = 200 + 160 + 1 = 361$

ఇట్లే 17×18 కావలెను అనుకోండి

ఒకట్లు $= 2 \times 3 = 6$

పదులు $= (3+2) \times 20 = 100$

వందలు $= 200$

కావున $17 \times 18 = 200 + 100 + 6 = 306$

16×19 కావలెను అనుకోండి.

ఒకట్లు $= 1 \times 4 = 4$

పదులు $= (4+1) \times 20 = 100$

వందలు $= 200$

కావున $16 \times 19 = 200 + 100 + 4 = 304$

6-10 అంకెలతో 16-20 అంకెల

ఎక్కాలు.

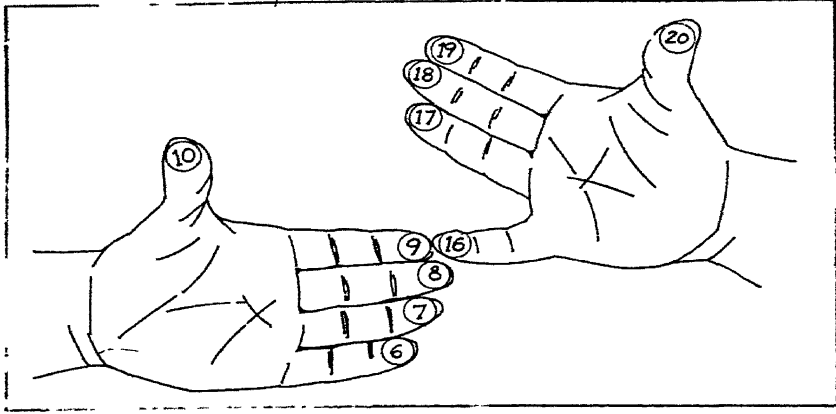
ఎడమ చేతి వ్రేళ్లకు 6 నుండి 10 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటకెన వ్రేలు 6, ఉంగరపు వ్రేలు 7, మధ్యవ్రేలు 8, చూపుడు వ్రేలు 9, బొంగరపు వ్రేలు 10 గ తలంచండి.

కుడిచేతి వ్రేళ్ళకు 16 నుండి 20 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. చిటకెన వ్రేలు 16, ఉంగరపు వ్రేలు 17, మధ్యవ్రేలు 18, చూపుడు వ్రేలు 19, బొంగరపు వ్రేలు 20 గ తలంచండి.

మనము గుణించుకోవలసిన అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ల వరకు కలుపుకోవాలి. మిగిలిన వ్రేళ్ళ లబ్ధిము ఒకట్లుగ తలంచండి. కలుపబడిన వ్రేళ్ల మొత్తం పదులుగ తీసికోండి. దీనికి ఎడమవైపు అంకెకు సరిపడు పదులను కలపండి.

ఉదాహరణకు 9×16 లు కావలెను అనుకోండి.

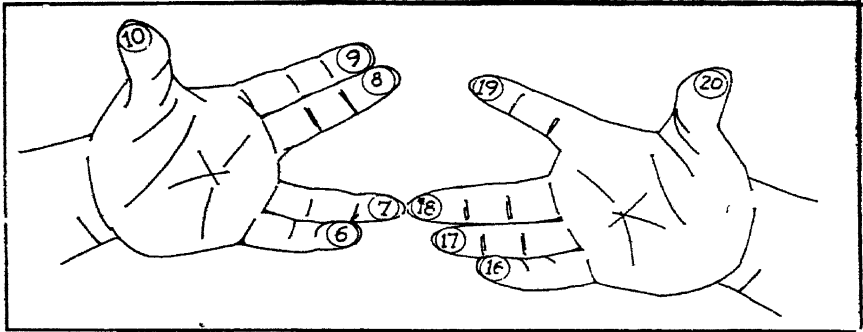
$9, 16$ పేర్లు గల వ్రేళ్ల వరకు కలపండి. ఎడమవైపున 1, కుడివైపున 4 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధిము $1 \times 4 = 4$ ను ఒకట్లుగ తలంచండి. కలుపబడిన వ్రేళ్ల మొత్తం $4+1 = 5$ ను పదులుగ తలంచండి.



దీనికి ఎడమవైపు సంఖ్య 9 కి సరిపడు పదులను కలపండి. ఇప్పుడు $9 \times 16 = 90 + 50 + 4 = 144$

ఇట్లే 7×18 కావలెను అనుకోండి.

7, 18 పేర్లుగల వ్రేళ్ల వరకు కలపండి. ఎడమవైపున 3, కుడివైపున 2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి లబ్ధము $3 \times 2 = 6$ ను ఒకట్లగ తలంచండి. కలుపబడిన వ్రేళ్ల మొత్తం $2 + 3 = 5$ ను పదులుగ తలంచండి.



దీనికి ఎడమ వైపు సంఖ్య 7 కి సరిపడు పదులను కలపండి.

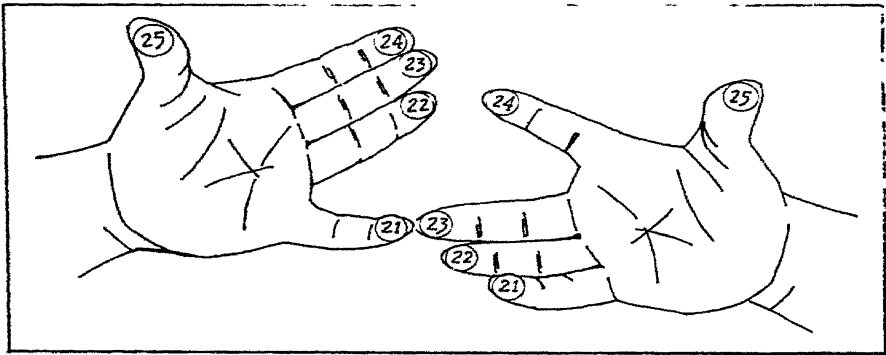
ఇప్పుడు $7 \times 18 = 70 + 50 + 6 = 136$ అవుతుంది.

ఓజగణిత వివరణ = $(10-a)(10-b) = 10(10-a-b) + ab$

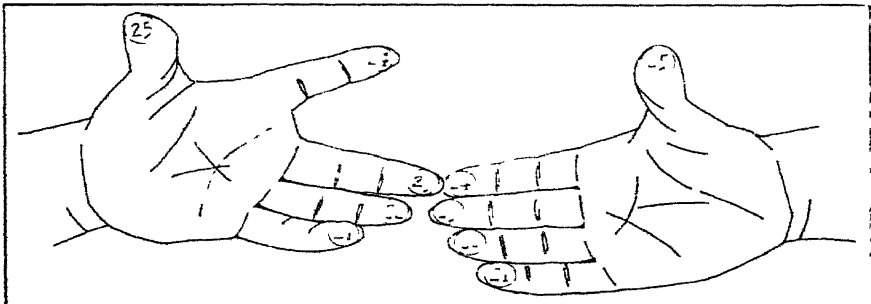
21-25 ల లబ్ధాలు

రెండు చేతుల వ్రేళ్లకు వరుసగా 21 నుండి 25 వరకు పేర్లు పెట్టుకోవాలి. మనకు కావలసిన సంఖ్యలకు సంబంధించిన వ్రేళ్ల వరకు కలుపుకోవాలి. కలుపబడిన వ్రేళ్లను మాత్రమే వాడుకోవాలి. వ్రేళ్ల లబ్ధము ఒకట్లుగ తీసికోవాలి. వ్రేళ్ల మొత్తము నకు రెట్టింపు

విలువను పదులుగ తీసుకోవాలి. వందల స్థానము ఎల్లప్పుడు 4 తీసికోండి.
 ఉదాహరణకు 21×23 కావలెను అనుకోండి.
 21, 23 పేర్లు గల వ్రేళ్ల వరకు కలపండి.



ఒకట్లు = వ్రేళ్ల లబ్ధము = $1 \times 3 = 3$
 పదులు = $(1+3)2 = 8$
 వందలు = 4
 కావున $21 \times 23 = 483$
 ఇట్లే 23×24 కావలెను అనుకోండి
 23, 24 పేర్లుగల వ్రేళ్ల వరకు కలపండి.



ఒకట్లు = $3 \times 4 = 12$
 పదులు = $(3+4) 2 = 14$ విలువ 140
 వందలు = 400
 కావున $23 \times 24 = 400 + 140 + 12 = 552$

బీజగణిత వివరణ : ఎడమ చేతి వ్రేళ్ల విలువ $(20+a)$

కుడిచేతి వ్రేళ్ల విలువ $(20+b)$

$$(20+a)(20+b) = 400 + 20(a+b) + ab.$$

దీనిని క్రింది పట్టిక ద్వారాకూడా వివరించవచ్చును

25	5	5	25
24	4	4	24
23	3	3	23
22	2	2	22
21	1	1	21

సంఖ్యలకు ఎదురుగానున్న అంకెలు 20 కంటే ఎంత ఎక్కువో తెలుపును. మధ్యనున్న అంకెల లబ్ధిము ఒకట్లు తీసికోవాలి. అంకెల మొత్తమును 2 రెట్లు చేయగ వచ్చు సంఖ్యను పదులుగ తీసికోవాలి. వందల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 4 తీసికోవాలి.

ఉదాహరణకు 22×24 కావలెను అనుకోండి

$$\text{ఒకట్లు} = 2 \times 4 = 8$$

$$\text{పదులు} = (2+4)2 = 12$$

$$\text{వందలు} = 400$$

$$\text{కావున } 22 \times 24 = 400 + 120 + 8 = 528$$

ఇట్లే 23×25 కావలెను అనుకోండి.

$$\text{ఒకట్లు} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{పదులు} = (3+5)2 = 16$$

$$\text{వందలు} = 400$$

$$\text{కావున } 23 \times 25 = 400 + 160 + 15 = 575$$

ఇట్లే సంఖ్యలు 30, 40, 50, 60, 70... మొదలగు సంఖ్యల కంటే ఎక్కువగ నున్నప్పుడు పదులుకనుగొనుటకు 3,4,5,6,7..... మొదలగు అంకెలతో గుణించుకోవాలి. వందలుగ 9, 16, 25, 36, 49... తీసికోవాలి.

31×32 కావలెను అనుకోండి.

$$\text{ఒకట్లు} = 1 \times 2 = 2$$

$$\text{పదులు} = (1+2)3 = 9$$

$$\text{వందలు} = 900$$

$$\text{కావున } 31 \times 32 = 900 + 90 + 2 = 992$$

కింది పట్టిక 10లు, 100లుగ తీసికోవలసిన సంఖ్యలను తెలుపును.

	పదులు	వందలు
6-10	10	0
11-15	10	1
16-20	20	2
21-25	20	4
26-30	30	6
31-35.....	30	9
36-40	40	12
41-45	40	16
46-50	50	20
51-55	50	25
56-60	60	30
61-65	60	36
66-70	70	42
71-75	70	49
76-80	80	56
81-85	80	64
86-90	90	72
91-95	90	81
96-100	100	90

$$41 \times 41 = ?$$

$$\text{ఒకట్లు} = 1 \times 1 = 1$$

$$\text{పదులు} = (1+1)4 = 8$$

$$\text{వందలు} = 16$$

$$\text{కావున } 41 \times 41 = 1681$$

$$72 \times 72 = ?$$

$$\text{ఒకట్లు} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{పదులు} = (2+2)7 = 28$$

$$\text{వందలు} = 49$$

$$\text{కావున } 72 \times 72 = 4900 + 280 + 4 = 5184$$

4. వ్రేళ్ళతో ఎక్కాలు (ఆధారములతో)

10 ఆధారముతో 9వ ఎక్కిము

1నుంచి 10 వరకు అంకెలను వరుసగ వ్రాయండి. ఎన్ని తొమ్మిదులు కావలెనో అన్నవ అంకెను ఎడమనుండి కుడికి అన్నవ అంకెను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన అంకెకు ఎడమ వైపు అంకెను పదులుగ తీసికోండి. కుడివైపు అంకెల సంఖ్య ఒకట్లుగతీసికోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఉదాహరణకు 4×9 కావలెను అనుకోండి ఎడమవైపున నుండి 4 ను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన 4 నకు ఎడమవైపున 3, కుడివైపున 6 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 36 అవుతుంది.

$$\text{కావున } 4 \times 9 = 36$$

ఇట్లే 8×9 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపున నుండి 8ని కొట్టివేయండి. ఎడమవైపున 7, కుడివైపున 2 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 72 అవుతుంది

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

$$\text{కావున } 8 \times 9 = 72 \text{ అవుతుంది.}$$

ఈ విధముగ తమోషాగ 9 వ ఎక్కిమునుగుణించుకోవచ్చు. 10 కంటే ఎక్కువ 9లు కావలసినవస్తే మొదటి అంకెను వందలుగ తీసికోవాలి. తరువాత అంకెలను పదులుగ తీసికోవాలి. కొట్టివేయబడిన అంకెకు కుడివైపు అంకెను ఒకట్లుగ తీసికోవాలి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఉదాహరణకు 14×9 లు కావలెను అనుకోండి. ఎడమనుండి 4ను కొట్టివేయండి.

మొదటి అంకె 1ని వందలుగ తీసికోండి. తరువాత నున్న 2,3 అంకెల సంఖ్య 2 ను పదులుగ తీసికోండి. 4 నకు తరువాత నున్న అంకెల సంఖ్య 6ను ఒకట్లుగ తీసికోండి.

$$\text{కావున } 14 \times 9 = 126$$

ఇట్లే 16×9 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

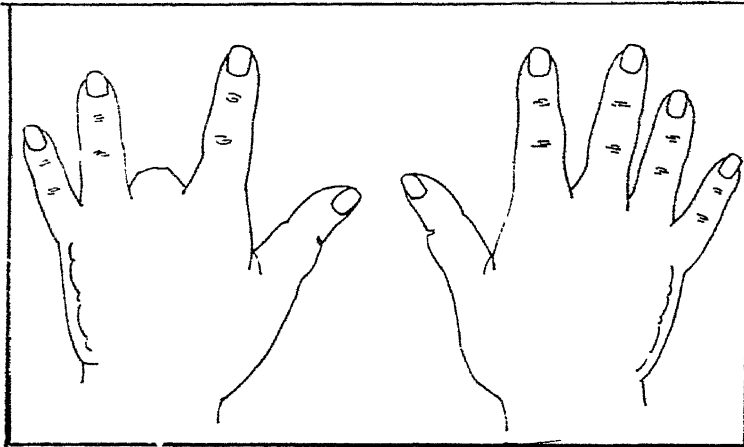
ఎడమవైపున నుండి 6 ను కొట్టి వేయండి.

మొదటి అంకె 1ని వందలుగ తీసికోండి. 2,3,4,5 ల అంకెల సంఖ్య 4 ను పదులుగ తీసికోండి. 6 నకు తరువాత నున్న అంకెల సంఖ్య 4 ను ఒకట్లుగ తీసికోండి.

కావున $16 \times 9 = 144$ అవుతుంది

ఇట్లే 20 కి లోపు 9వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. అంకెలకు బదులు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను ఉపయోగించుకొని తమాషాగ 9వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. రెండు చేతుల వ్రేళ్లను చాపి ఒకదాని ప్రక్కన ఒకటి నిలపండి. 10 కి లోపు 9వ ఎక్కిము కావలసి వచ్చివుడు ఎన్ని 9 లు కావలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమ నుండి వంచి వేయండి. వంచబడిన వ్రేలునకు ఎడమ వైపు వ్రేళ్లు పదులుగ తీసికోండి. కుడి వైపు వ్రేళ్లు ఒకట్లుగ తీసికోండి.

ఉదాహరణకు 3×9 లు కావలెను అనుకోండి.



ఎడమవైపున నుండి 3వ వ్రేలును వంచి వేయండి. ఎడమ వైపున 2, కుడివైపున 7 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 27 అవుతుంది.

కావున $3 \times 9 = 27$

ఇట్లే 9×9 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపున నుండి 9వ వ్రేలును వంచి వేయండి. వంచబడిన వ్రేళ్ళకు ఎడమవైపున 8, కుడి వైపున 1 వ్రేలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 81 అవుతుంది.

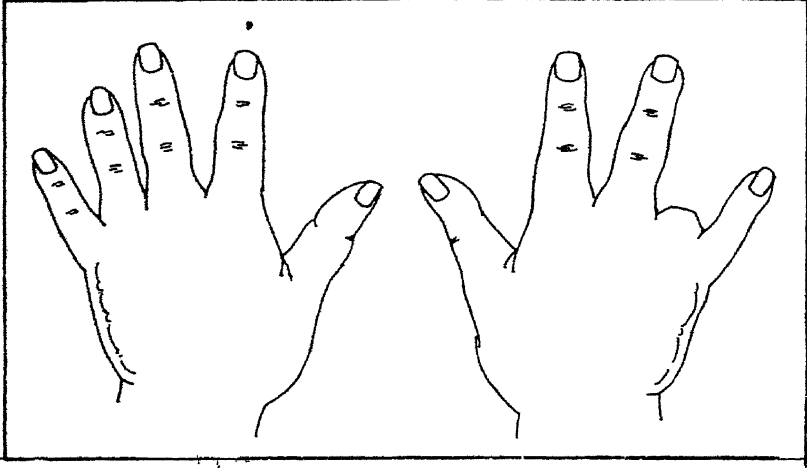
కావున $9 \times 9 = 81$

ఈ విధముగ తమాషాగ 9 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు.

10 కంటే ఎక్కువ 9 లు కావలసివస్తే మొదటి వ్రేలును వందలుగ తీసికోండి.
తరువాత నున్న వ్రేళ్లును పదులుగ తీసికోండి. వంచబడిన వ్రేళ్లకు తరువాతనున్న
వ్రేళ్లును ఒకటై తీసికోండి.

ఉదాహరణకు 17×9 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపున నుండి 7 వ వ్రేలును వంచి వేయండి. మొదటి చిటికెన వ్రేలును
వందల స్థానముగ తీసికోండి. తరువాత నున్న 5 వ్రేళ్లును పదులుగ తీసికోండి.
వంచబడిన వ్రేళ్లకు తరువాతనున్న 3 వ్రేళ్లును ఒకటై తీసికోండి.

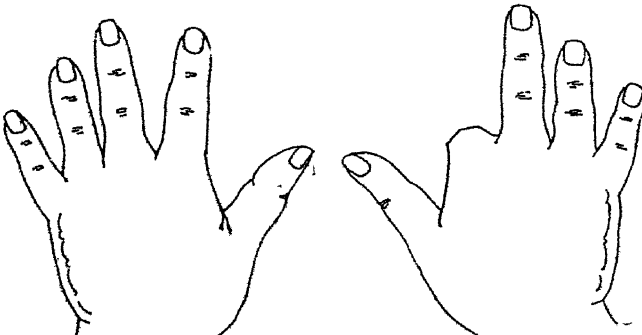


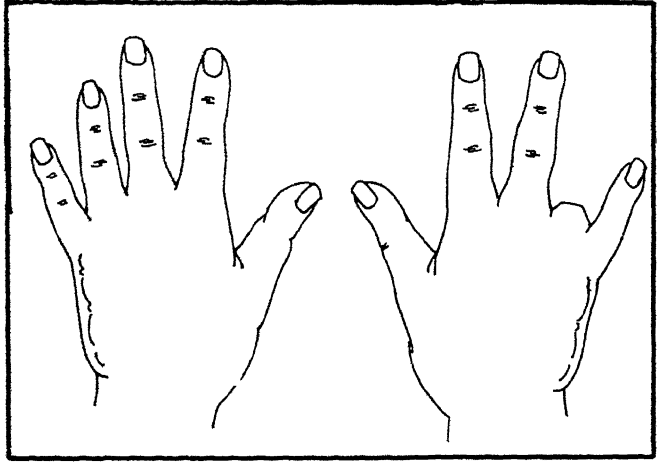
కావున $17 \times 9 = 153$

ఇట్లే 19×9 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపునుండి 9వ వ్రేలును వంచి వేయండి.

చిటికెన వ్రేలు వందగ తీసికోండి.





చిటికెన వ్రేలు తరువార నున్న 7 వ్రేళ్లను పదులుగ తీసికోండి. ఒకట్ల స్థానముగ వంచి వేయబడిన వ్రేలును తీసికోండి

$$\text{కావున } 19 \times 9 = 171$$

10 ఆధారముతో 8వ ఏక్కుము.

1 నుండి 10 వరకు అంకెలను పదునగ వ్రాయండి. ఎన్ని 8లు కావలెనో అన్నవ అంకెను ఎడమ నుండి కుడికి అన్నవ అంకెను కొట్టి వేయండి. కొట్టవేయబడిన అంకెకు ఎడమ వైపు అంకెను పదులుగ తీసికోండి. కుడివైపు అంకెల సంఖ్య ఒకట్లుగా తీసికోండి. దీని విలువనుండి ఎన్ని 8లు కావలెనో అన్నవ అంకెను తీసివేయండి. రెట్టము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 4×8 లు కావలెను అనుకోండి

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమవైపున నుండి 4 ను కొట్టి వేయండి. కొట్టవేయబడిన 4 నకు ఎడమ వైపున 3, కుడి వైపున 6 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 36 అవుతుంది. దీని విలువనుండి కొట్ట వేయబడిన 4 తీసివేయండి. $36 - 4 = 32$ వస్తుంది. కావున $4 \times 8 = 32$ అవుతుంది.

ఇట్లే 7×8 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమవైపున నుండి 7ను కొట్టి వేయండి. కొట్టవేయబడిన 7నకు ఎడమ వైపున 6, కుడి వైపున 3 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 63 అవుతుంది. దీని

విలువ 63 నుండి కొట్టి వేయబడిన 7ను తీసి వేయండి $63-7 = 56$ వస్తుంది. కావున $7 \times 8 = 56$ అవుతుంది.

ఈ విధముగ 8వ ఎక్కిమును కూడ 10 ఆధారముగ లెక్కికట్టవచ్చు.

10 కంటే ఎక్కువ 8లు కావలసినపుడు మొదటి అంకెను వందగ తీసికోండి. తరువాత అంకెను పదులుగా తీసుకోండి. కొట్టవేయబడిన అంకెకు తరువాతనున్న అంకెను ఒకట్లుగ తీసికోండి. ఈ విధముగ విలువ కట్టి దీని నుండి ఎన్నివ ఎనిమిది కావలెనో ఆ సంఖ్యను తీసివేస్తే విలువ వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 13×8 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 3వ అంకెను కొట్టివేయండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

మొదటిఅంకె 1ని వందలుగ తీసుకోండి,

తరువాత అంకె 2 ను పదులుగ తరించండి.

3 కు తరువాత నున్న అంకెలసంఖ్య 7ను ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీని విలువ 117అవుతుంది. దీనినుండి 13 ను తీసివేయండి $117-13 = 104$ వస్తుంది.

కావున $13 \times 8 = 104$ అవుతుంది.

ఇట్లే 15×8 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 5 ను కొట్టివేయండి..

(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)

మొదటి అంకె 1 ని వందలుగ తీసికోండి.

2,3,4,ల అంకెల సంఖ్య 3 ను పదులుగ తీసికోండి.

5 నకు తరువాతనున్న అంకెల సంఖ్య 5 ను ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీని విలువ 135 అవుతుంది. దీనినుండి 15ను తీసివేస్తే లబ్ధము వస్తుంది. $135 - 15 = 120$

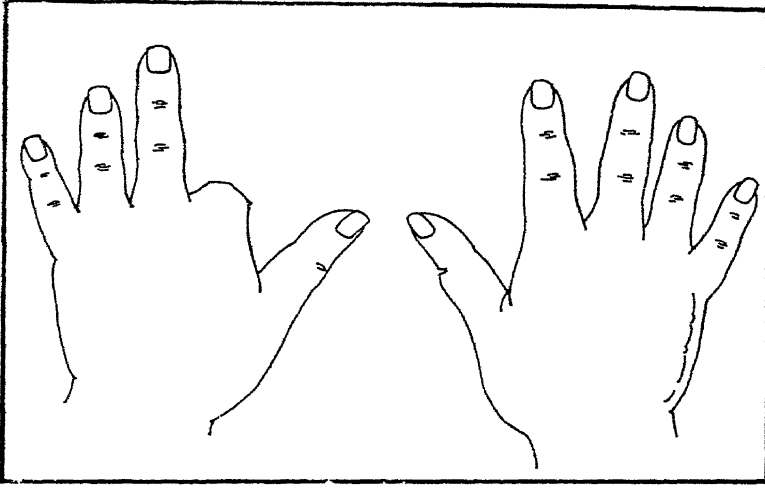
కావున $15 \times 8 = 120$ అవుతుంది.

ఇట్లే 20 కి లోపు 8వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు.

అంకెలకు బదులు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను ఉపయోగించుకొని తమాషాగ 8వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. రెండుచేతుల వ్రేళ్లను చాపి ఒక దాని వ్రేళ్లను ఒకటినిలవండి. 10 కి లోపు 8వ ఎక్కిమును కావలసి వచ్చినపుడు ఎన్ని 8 లు కావలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమనుండి వంచి వేయండి వంచబడిన వ్రేలునకు ఎడమవైపువ్రేళ్లు పదులుగ తీసికోండి. కుడి వైపు వ్రేళ్లు ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీని విలువనుండి కావలసిన 8లకు సంబంధించిన అంకెను తీసివేయండి.

ఉదాహరణకు 4×8 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 4 వ వ్రేలును వంచితేయండి.

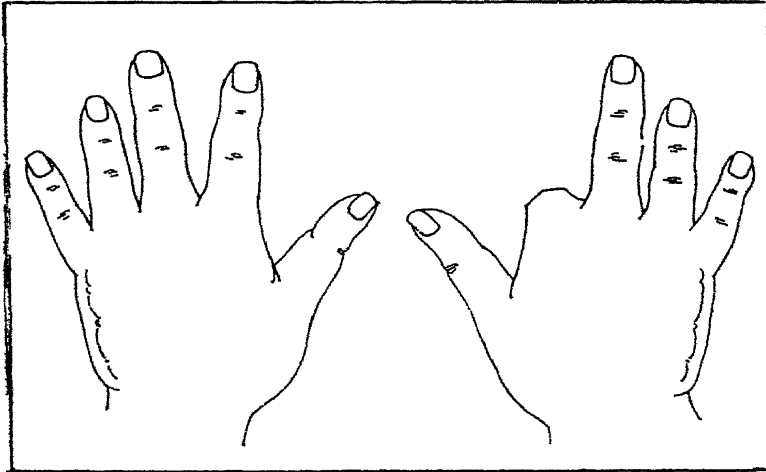


ఎడమవైపున 3, కుడివైపున 6 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి దీని విలువ 36 అవుతుంది
దీనినుండి 4 తీసివేయండి $36-4 = 32$ వస్తుంది.

కావున $4 \times 8 = 32$

ఇట్లే 7×8 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 7వ వ్రేలును వంచివేయండి



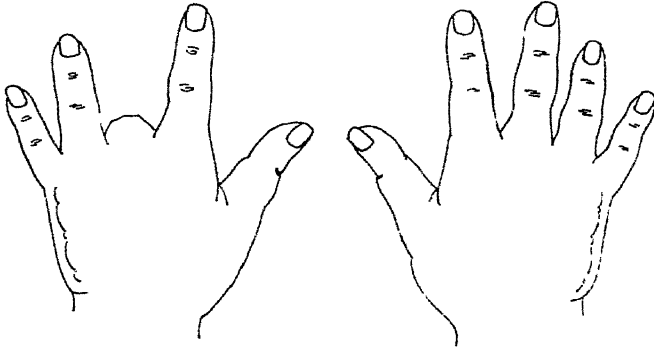
ఎడమవైపున 6, కుడివైపున 3 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. దీని విలువ 63
అవుతుంది. దీనినుండి 7 తీసివేయండి $63-7 = 56$ వస్తుంది.

కావున $7 \times 8 = 56$ అవుతుంది

పదికంటె ఎక్కువ 8లు కావలసివస్తే మొదటి వ్రేలును వందగ తీసికోండి తరువాత వ్రేళ్లను పదులుగ తీసికోండి. వంచబడిన వ్రేళ్లకు తరువాత వ్రేళ్లను ఒకట్లు గా తీసికోండి. దీనినుండి కావలసిన 8లకు సంబంధించిన అంకెను తీసివేయండి.

ఉదాహరణకు 13×8 కావలెను అనుకోండి.

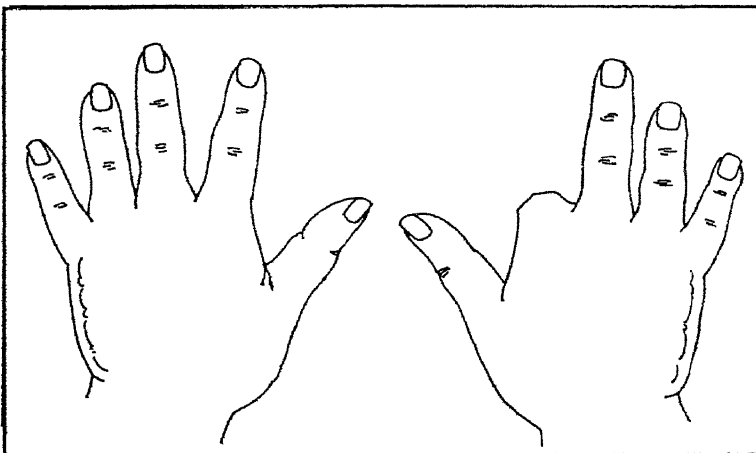
ఎడమనుండి 3 వ వ్రేలును వంచివేయండి.



మొదటి చిటికెన వ్రేలును వందగ తీసికోండి. తరువాతవ్రేలు పదులుగ తీసికోండి. కుడివైపు వ్రేళ్లసంఖ్య 7ను ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీని విలువనుండి 13 ను తీసివేయండి.

$117 - 13 = 104$. కావున $13 \times 8 = 104$ అవుతుంది

ఇట్లే 17×8 లు కావలెను అనుకోండి.



ఎడమనుండి 7వ వ్రేలును వంచి వేయండి ఎడమవైపున మొదటి చిటికెన వ్రేలును వందగా తీసికోండి. తరువాత నున్న 5 వ్రేళ్ళను పదులుగ తీసికోండి. వంచబడిన వ్రేళ్ళ తరువాత నున్న 3 వ్రేళ్ళను ఒకట్లుగ తీసికోండి దీనివిలువ 153 అవుతుంది. దీనినుండి 17 ను తీసివేయండి $153 - 17 = 136$ వస్తుంది. కావున $17 \times 8 = 136$ అవుతుంది

ఇట్లే పదికంటే ఎక్కువ 8 ల విలువలను కూడ లెక్కకట్టుకోవచ్చును.

10 ఆధారముతో 7వ ఎక్కుము

1నుండి 10 వరకు అంకెలను వరుసగ వ్రాయండి. ఎన్ని 7లు కావలెనో అన్నవ అంకెను ఎడమనుండి కుడికి అన్నవ అంకెను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన అంకెకు ఎడమవైపు అంకెను పదులుగ తీసికోండి. కుడివైపు అంకెల సంఖ్య ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీనివిలువనుండి ఎన్ని 7 లు కావలెనో అన్నవ అంకెకు రెట్టింపు విలువను తీసివేయండి లబ్ధమువస్తుంది

ఉదాహరణకు 5×7 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమనుండి 5 ను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన 5నకు ఎడమవైపున 4, కుడివైపున 5 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటి విలువ 45 అవుతుంది. దీనినుండి కొట్టివేయబడిన 5 నకు రెట్టింపువిలువ $5 \times 2 = 10$ ని తీసివేయండి $45 - 10 = 35$ వస్తుంది. కావున $5 \times 7 = 35$ అవుతుంది.

ఇట్లే 7×7 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమవైపున నుండి 7 ను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన 7 నకు ఎడమవైపున 6, కుడివైపున 3 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటివిలువ 63 అవుతుంది దీనినుండి కొట్టివేయబడిన 7నకు రెట్టింపు విలువ $7 \times 2 = 14$ ను తీసివేయండి. $63 - 14 = 49$ వస్తుంది.

కావున $7 \times 7 = 49$ అవుతుంది.

10 కంటే ఎక్కువ 7లు కావలసినపుడు మొదటి అంకెను వందగా తీసికోండి తరువాత అంకెల సంఖ్యను పదులుగ తీసికోండి, కొట్టివేయబడిన అంకెకు తరువాత నున్న అంకెను ఒకట్లుగ తీసికోండి దీనివిలువ నుండి ఎన్ని 7 లు కావలెనో ఆ సంఖ్యరెట్టింపు విలువను తీసివేయండి. లబ్ధము లభిస్తుంది.

ఉదాహరణకు 15×7 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమనుండి 5 ను కొట్టేయండి, మొదటి అంకె 1ని వందగతీసికోండి, తరువాతనున్న 2,3,4 అంకెల సంఖ్య 3 ను పదులుగ తీసికోండి. కొట్టేయబడిన అంకెకు తరువాతనున్న అంకెల సంఖ్య 5 ను ఒకట్లుగ తీసికోండి దీనివిలువ 135 అవుతుంది. దీనినుండి 15 నకు రెట్టింపు విలువ $15 \times 2 = 30$ ని తీసివేయండి.

$135 - 30 = 105$ వస్తుంది. కావున $15 \times 7 = 105$ అవుతుంది.

ఇట్లే 17×7 లు కావలెను అనుకోండి.

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

ఎడమనుండి 7 ను కొట్టేయండి. మొదటిఅంకె 1 ని వందలుగ తీసికోండి, తరువాత అంకెల 2, 3, 4, 5, 6, సంఖ్య 5 ను పదులుగ తీసికోండి. కొట్టేయబడిన అంకెకు తరువాతనున్న 8, 9, 10 లకు సరిపడు సంఖ్య 3 ను ఒకట్లుగ తీసికోండి దీనివిలువ 153 అవుతుంది దీనినుండి 17నకు రెట్టింపు విలువ $17 \times 2 = 34$ ను తీసివేయండి. $153 - 34 = 119$

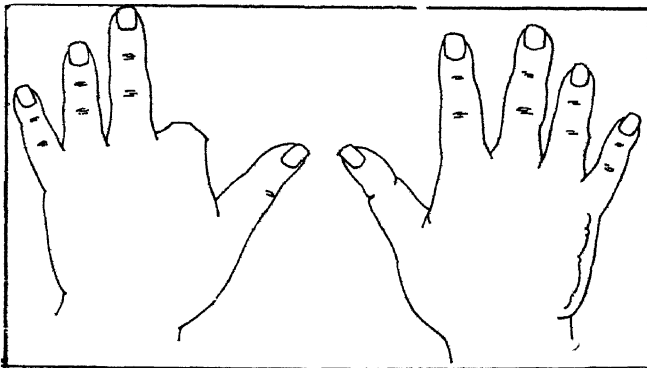
కావున $17 \times 7 = 119$ అవుతుంది.

ఇట్లే 20 కి లోపు 7వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు.

అంకెలకు బదులు రెండుచేతుల వ్రేళ్లను ఉపయోగించుకొని 7వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చును. రెండుచేతుల వ్రేళ్లనుచాపి ఒకదానిపైనొకటి నిలపండి, పదికిలోపు ఎన్ని 7లు కావలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమనుండి వంచివేయండి, వంచబడినవ్రేలుకు ఎడమవైపువ్రేళ్లు పదులుగ తీసికోండి కుడివైపువ్రేళ్లు ఒకట్లుగ తీసికోండి, దీనివిలువ నుండి కావలసిన 7 లకు సంబంధించిన అంకెకు రెట్టింపువిలువను తీసివేయండి లబ్ధిమువస్తుంది.

ఉదాహరణకు 4×7 లు కావలెను అనుకోండి.

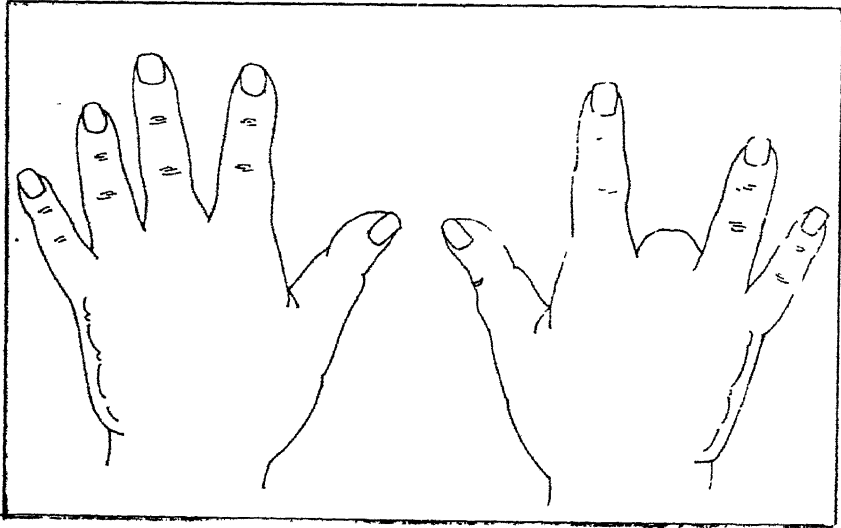
ఎడమవైపున నుండి 4 వ వ్రేలును వంచివేయండి.



ఎడమవైపున 3, కుడివైపున 6 వ్రేళ్లు తగులుతాయి. దీని విలువ 36 అవుతుంది, దీనినుండి $4 \times 2 = 8$ ని తీసివేయండి $36 - 8 = 28$ వస్తుంది. కావున $4 \times 7 = 28$ అవుతుంది.

ఇట్లే 8×7 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపుననుండి 8వ వ్రేలును వంచి వేయండి.



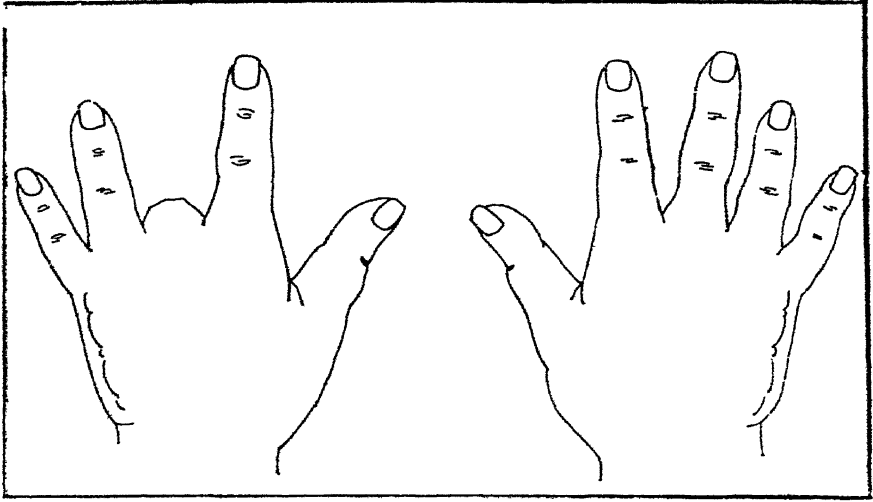
ఎడమవైపున 7, కుడివైపున 2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. దీని విలువ 72 అవుతుంది. దీనినుండి $8 \times 2 = 16$ ని తీసివేయండి $72 - 16 = 56$ వస్తుంది. కావున $8 \times 7 = 56$ అవుతుంది.

10 కంటే ఎక్కువ 7లు కావలసి వస్తే మొదటి వ్రేలును వందగను తరువాత వ్రేళ్లు పదులుగను, వంచబడిన వ్రేళ్లకు తరువాతనున్న వ్రేళ్లును ఒకట్లుగా తీసికోండి.

దీని విలువ నుండి ఎన్ని 7లు కావలెనో దానికి రెట్టింపు విలువను తీసివేయగ లభ్యము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 13×7 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 3వ వ్రేలును వంచి వేయండి.

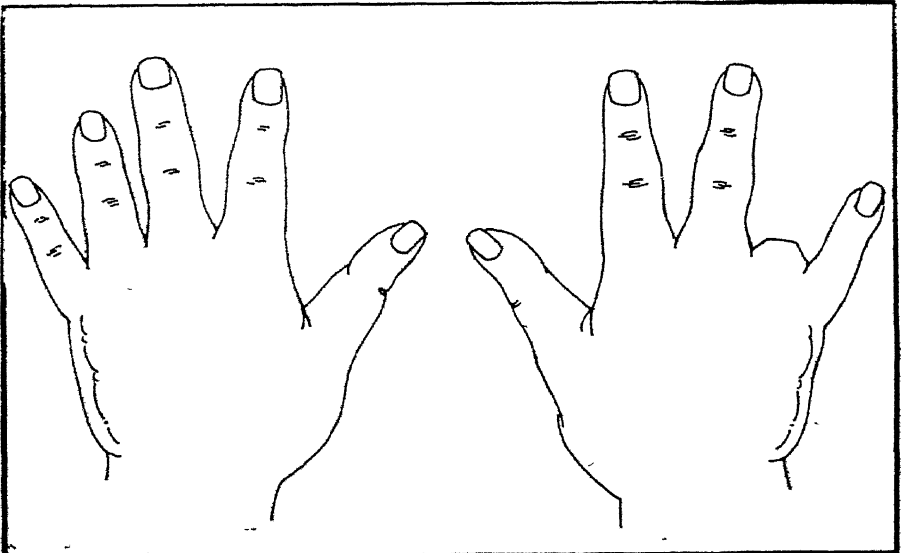


మొదటివ్రేలు వందలుగ తీసికోండి, తరువాత వ్రేలు పదులుగ తీసికోండి, వంచివేయబడిన వ్రేలుకు తరువాత నున్న 7 వ్రేళ్లును ఒకట్లుగ తీసికోండి. దీనివిలువ 117 అవుతుంది. దీని విలువ నుండి $13 \times 2 = 26$ ని తీసివేయండి.

$117 - 26 = 91$ వస్తుంది కావున $13 \times 7 = 91$ అవుతుంది.

ఇట్లే 19×7 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 9వ వ్రేలును వంచివేయండి.



మొదటివ్రేలు వందగ తరించండి. తరువాత వ్రేల్లను పదులుగాతీసికోండి. ఒకల్లస్థానముగ చివరి వ్రేలును తీసికోండి, దీని విలువ 171 అవుతుంది. దీనినుండి $19 \times 2 = 38$ ని తీసివేయండి $171 - 38 = 133$ వస్తుంది.

కావున $19 \times 7 = 133$ అవుతుంది.

ఇట్లే 10 ని ఆధారముగ చేసికొని లెక్కకట్టుకోవచ్చును. 6,5 ఎక్కాలకు 10 ఆధారముగ తీసికొన్నచో దూరముఅగుట వలన కష్టము అగును. కావున 5 ను ఆధారముగ చేసికొని 6,5,4,3 ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చును. ఎడమవైపు అంకెల విలువలు ఏ ఆధారముగ తీసికొంటే ఆ విలువలు అవుతాయి. 5 ఆధారముగ తీసికొంటే ఎడమవైపువిలువలు 5 అవుతాయి.

5 ఆధారంగా 4వ ఎక్కిము

5 అంకెలు ఆధారముగ తీసికొన్నప్పుడు ఎడమచేతివ్రేళ్లవిలువ 5 అగును.

5 అంకెలతో 4వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. అంకెలను 1 నుండి 5 వరకు వ్రాయండి. (1 2 3 4 5) మీకు ఎన్ని 4 లు కావలెనో అన్నవ అంకెను కొట్టివేయండి. కొట్టివేయబడిన అంకెకు ఎడమవైపు అంకెవిలువ 5 అగును. కుడిచేతివైపు అంకెల విలువ ఒకట్లు అగును.

ఉదాహరణకు 2×4 లు కావలెను అనుకొండి,

ఎడమనుండి 2 వ అంకెను కొట్టివేయండి.

(1 2 3 4 5)

ఎడమవైపున 1 అంకె మిగులును. దీని విలువ $1 \times 5 = 5$.

కుడిచేతివైపున 3 అంకెలు మిగులును. దీని విలువ 3.

కావున $2 \times 4 = 5 + 3 = 8$

ఇట్లే 3×4 లు కావలెను అనుకొండి.

ఎడమవైపుననుండి 3వ అంకెను కొట్టివేయండి.

(1 2 3 4 5)

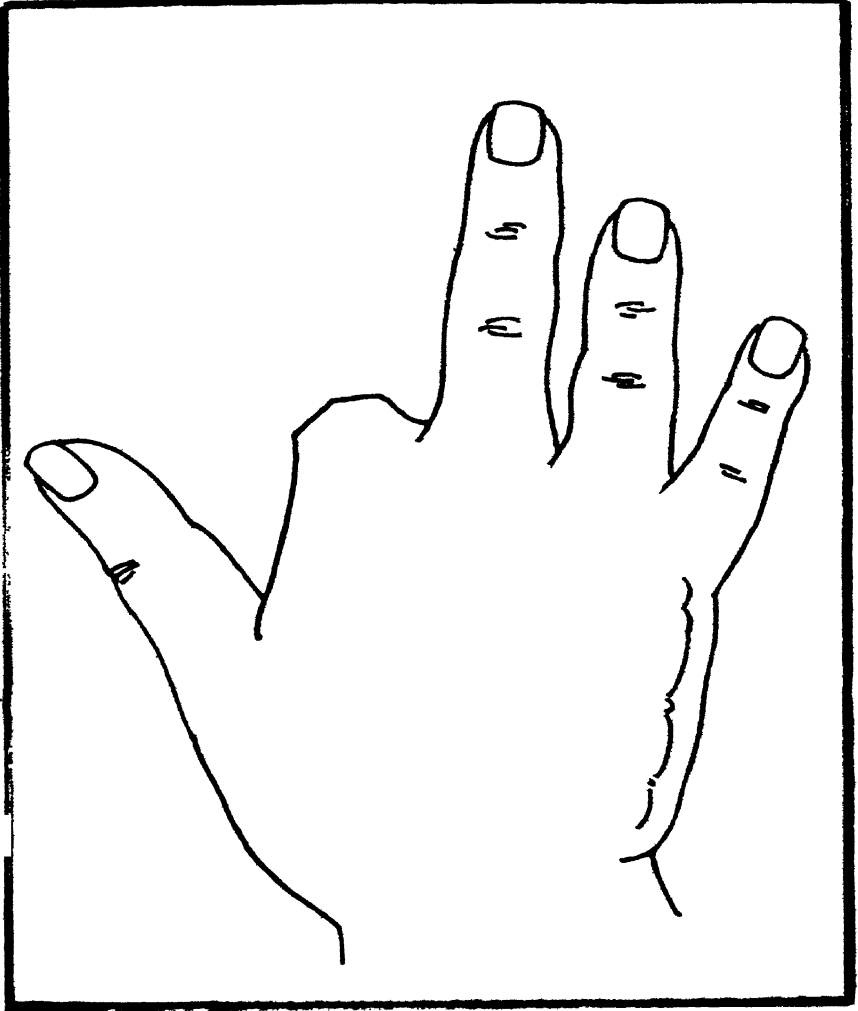
ఎడమవైపు 2 అంకెలు మిగులుతాయి. వీటివిలువ $2 \times 5 = 10$

కుడిచేతివైపున 2 అంకెలు మిగులుతాయి వీటివిలువ 2

కావున $3 \times 4 = 10 + 2 = 12$

అంకెలకు బదులు చేతివ్రేళ్లనువయోగించి ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు. కుడిచేతి 5 వ్రేళ్లను చాపి నిలపండి, మీకు ఎన్ని 4 లు కావలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమనుండి కుడికి వంచి వేయండి. ఎడమవైపు వ్రేళ్లవిలువ 5, కుడిచేతివ్రేళ్ల విలువ ఒకట్లు అగును.

ఉదాహరణకు 2×4 లు కావలెను అనుకొండి. ఎడమనుండి 2 వ ప్రేలును వంచివేయండి. ఎడమవైపున 1 కుడివైపున 3 ప్రేళ్లు మిగులును.



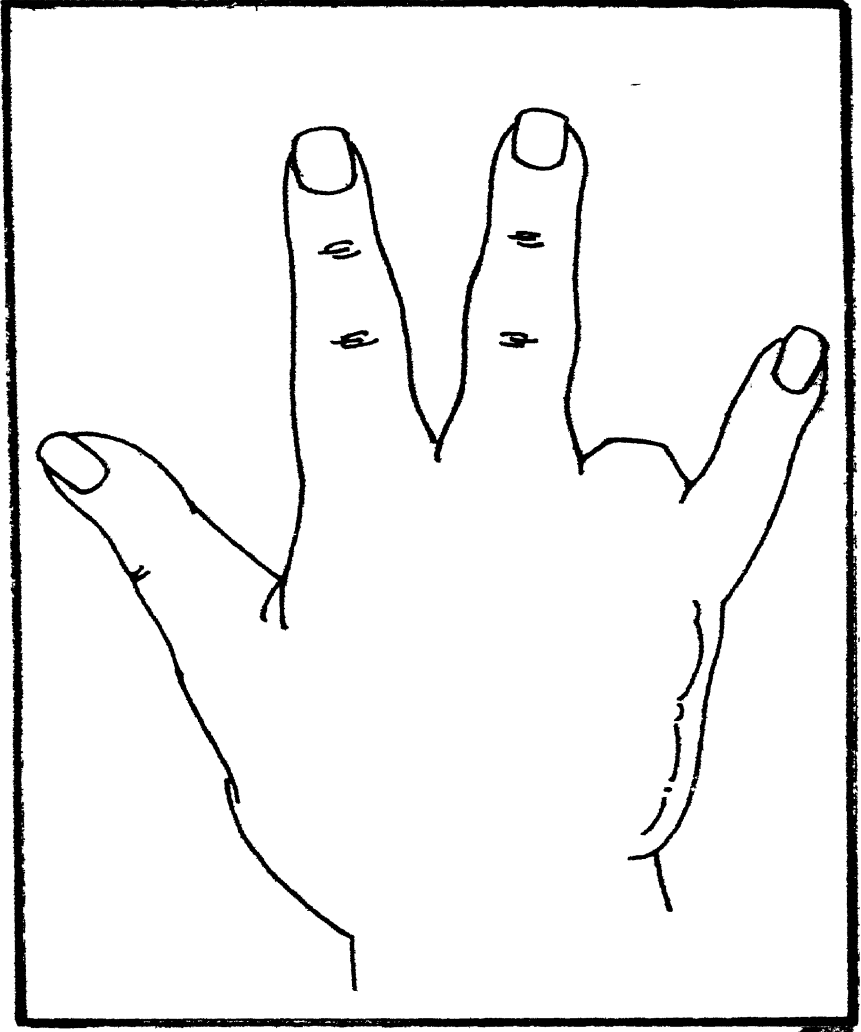
ఎడమవైపు ప్రేలు విలువ $1 \times 5 = 5$

కుడివైపు ప్రేళ్ళవిలువ = 3

కావున $2 \times 4 = 5 + 3 = 8$

ఇట్లే 4×4 లు కావలెను అనుకొండి.

ఎడమవైపుననుండి 4వ ప్రేలును వంచివేయండి.



ఎడమవైపున 3 వ్రేళ్లు మిగులును. వీటివిలువ $5+5+5 = 15$ అవుతుంది.

కుడివైపున 1 వ్రేలు మిగులును. దీనివిలువ 5

కావున $15+5 = 20$

ఇట్లే 4వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు.

5 ఆధారంగా 5 వ ఎక్కిము

5 ఆధారముగ తీసికొన్నప్పుడు ఎడమవైపు విలువ 5 అగును. 1నుండి 5 వరకు అంకెలను వ్రాయండి. మీకు ఎన్ని 5లు కావాలో అన్నవ అంకెను కొట్టివేయండి.

కొట్టేయబడిన అంకెకు ఎడమవైపు అంకె విలువ 5 అగును. కుడి చేతి వైపు విలువ ఒకట్లు అగును. దీనికి కొట్టేయబడిన అంకె కలిపితే లబ్ధిము వస్తుంది

ఉదాహరణకు 3×5 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 3వ అంకెను కొట్టేయండి.

(1 2 ~~3~~ 4 5)

ఎడమవైపున 2 అంకెలు మిగులును. వీటి విలువ $5+5=10$

కుడివైపున 2 అంకెలు మిగులును. దీని విలువ 2. కావున మొత్తం విలువ $10+2=12$ దీనికి కొట్టేయబడిన 3 కలుపగ $12+3=15$ వస్తుంది.

కావున $3 \times 5 = 15$ అవుతుంది.

ఇట్లే 4×5 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 4 వ అంకెను కొట్టేయండి.

(1 2 3 ~~4~~ 5)

ఎడమవైపున 3 అంకెలు మిగులును. వీటి విలువ $5+5+5=15$

కుడివైపున 1 అంకె మిగులును. దీని విలువ 1. కావున మొత్తం విలువ $15+1=16$ దీనికి కొట్టేయబడిన 4 కలపండి. $16+4=20$ వస్తుంది.

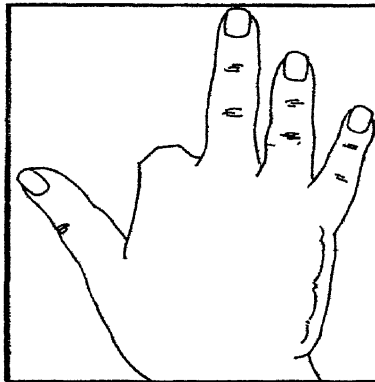
కావున $4 \times 5 = 20$ అవుతుంది.

అంకెలకు బదులు చేతివ్రేళ్ళను ఉపయోగించి ఎక్కాలను గుణించుకోవచ్చు. కుడి చేతి 5 వ్రేళ్ళను ఉపయోగించండి.

మీకు ఎన్ని 5 లు కావలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమనుండి వంచివేయండి. ఎడమవైపు వ్రేళ్ళవిలువ 5, కుడి వైపు వ్రేళ్ళవిలువ ఒకట్లు అగును. దీనికి కావలసిన సంఖ్య కలుపగ లబ్ధిము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 2×5 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2 వ వ్రేలును వంచండి.

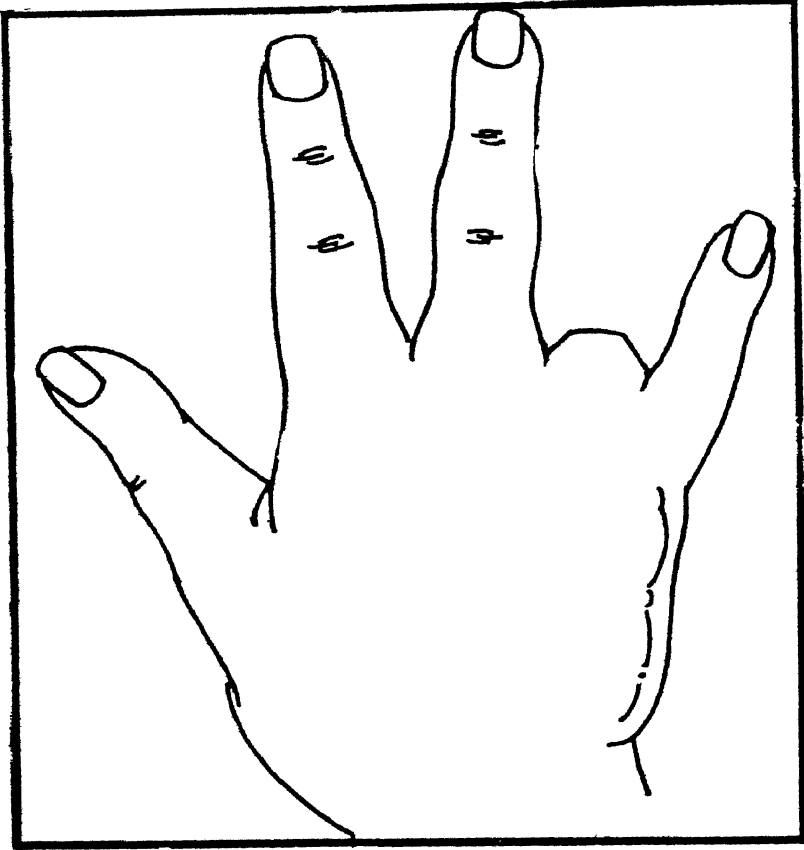


ఎడమవైపున 1 మిగులును దీనివిలువ 5 కుడివైపున 3 మిగులును, దీని విలువ
3. కావున $5+3=8$ అగును. దీనికి 2 కలుపగ $8+2=10$ వస్తుంది.

కావున $2 \times 5 = 10$ అవుతుంది.

ఇట్లే 4×5 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 4వ వ్రేలును వంచండి.



ఎడమవైపున 3 మిగులును. దీని విలువ $5+5+5 = 15$

కుడివైపున 1 మిగులును. దీని విలువ 1. కావున $15+1 = 16$

అవుతుంది. దీనికి 4 కలుపగ $16+4 = 20$ వస్తుంది.

కావున $4 \times 5 = 20$ అవుతుంది.

ఇట్లే సమయస్ఫూర్తిగా 5వ ఎక్కింపును గుణించుకోవచ్చు.

5 ఆధారంగా 6 వ ఎక్కుము

5 ఆధారముగ తీసికొన్నప్పుడు ఎడమవైపువిలువ 5, కుడివైపువిలువ ఒకట్లు అగును. 1 నుండి 5 వరకు అంకెలను వ్రాయండి. మీకు ఎన్ని 6లు కావాలెనో అన్నవ అంకెను కొట్టేయండి. కొట్టేయబడిన అంకెలవిలువ 5 కుడి వైపు విలువ 1 అగును. దీనికి కొట్టేయబడిన అంకెకురెట్టింపు విలువ కలిపితే లబ్ధము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 2×6 లు కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2 వ అంకెను కొట్టేయండి.

(1 2 3 4 5)

ఎడమవైపున 1 మిగులును. దీని విలువ 5. కుడివైపున 3 అంకెలు మిగులును. దానివిలువ 3. కావున మొత్తం విలువ $5+3 = 8$. దీనికి కొట్టేయబడిన 2 కు రెట్టింపు విలువ $2 \times 2 = 4$ ను కలపండి.

$8+4 = 12$ వస్తుంది కావున $2 \times 6 = 12$

ఇట్లే 3×6 లు కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపున నుండి 3వ అంకెను కొట్టేయండి

(1 2 3 4 5)

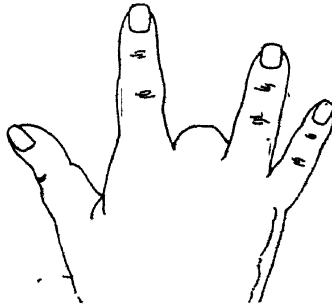
ఎడమవైపున 2 మిగులును . దీని విలువ $5+5 = 10$ కుడి వైపున 2 అంకెలు మిగులును . దీని విలువ 2. కావున మొత్తం విలువ $10+2 = 12$, దీనికి కొట్టేయబడిన 3 నకు రెట్టింపు విలువ $3 \times 2 = 6$ ను కలపండి. $12+6 = 18$ వస్తుంది.

కావున $3 \times 6 = 18$ అవుతుంది.

అంకెలకు బదులు చేతివ్రేళ్లనుపయోగించి ఎక్కాలను గుణించు కోవచ్చు. కుడిచేతి 5 వ్రేళ్లను చాపి నిలపండి.మీకు ఎన్ని 6 లు కావాలెనో అన్నవ వ్రేలును ఎడమనుండి వంచివేయండి.

ఉదాహరణకు 3×6 లు కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమ నుండి 3వ వ్రేలును వంచండి.



ఎడమవైపున 2, కుడివైపున 2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. ఎడమవైపు 2 విలువ $5+5=10$. కుడి వైపు 2 వ్రేళ్ల విలువ 2. కావున మొత్తం విలువ $10+2=12$.

దీనికి వంచబడిన వ్రేళ్లకు రెట్టింపు విలువ $3 \times 2 = 6$ ను కలపండి. $12+6 = 18$ వస్తుంది.

కావున $3 \times 6 = 18$ అవుతుంది.

ఇట్లే సమయస్ఫూర్తిగ 6 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. ఈ పద్ధతులవలన మెదడుకు మేళకలుగును.

4 ఆధారంగా 3 వ ఎక్కిము

4 ఆధారముగ తీసికొన్నప్పుడు ఎడమవైపు అంకెల విలువలు 4 అగును. కుడివైపు అంకెలవిలువలు 1 అగును. 4 ఆధారముగ 3 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. 1 నుండి 4 వరకు అంకెలను వరుసగా వ్రాయండి

(1 2 3 4)

ఎన్ని 4లు కావలెనో అన్నవ అంకెను ఎడమనుండి కొట్టివేయండి. ఎడమవైపు అంకెల విలువను 4 గ తీసికోండి. కుడివైపు అంకెలవిలువను ఒకట్లుగా తీసికోండి, ఉదాహరణకు 2×3 కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2 వ అంకెను కొట్టివేయండి.

(1 2 3 4)

ఎడమవైపున 1 అంకె మిగులును. దీనివిలువ 4. కుడివైపున 2 అంకెలు మిగులును. దీని విలువ 2. కావున మొత్తంవిలువ $4+2 = 6$ అగును.

కావున $2 \times 3 = 6$ అవుతుంది.

ఇట్లే 3×3 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపున నుండి 3 వ అంకెను కొట్టివేయండి.

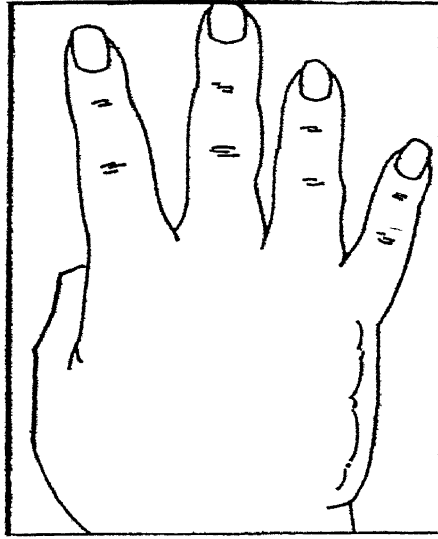
(1 2 3 4)

ఎడమవైపున 2 అంకెలు మిగులును. దీని విలువ $4+4 = 8$

కుడివైపున 1 అంకె మిగులును. దీని విలువ 1. కావున మొత్తం విలువ $8+1 = 9$ అగును.

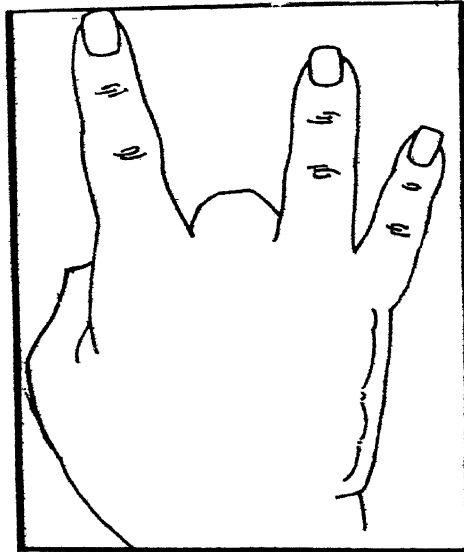
కావున $3 \times 3 = 9$ అవుతుంది.

అంకెలకు బదులు చేతివ్రేళ్లనుపయోగించి 3 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చును. దీనికి కుడిచేతి 4 వ్రేళ్లను వాడండి ఎడమవైపు వ్రేళ్ల విలువ 4 అవుతుంది కుడివైపు వ్రేళ్ల విలువ 1 అవుతుంది.



ఉదాహరణకు 2x3 లు కావలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2 వ వ్రేలును వంచివేయండి ఎడమవైపున 1 వ్రేలు కుడివైపున 2 వ్రేళ్లు మిగులుతాయి



ఎడమవైపు వ్రేళ్ల విలువ 4, కుడివైపు 2 వ్రేళ్ల విలువ 2, కావున

$2 \times 3 = 4 + 2 = 6$ అవుతుంది.

ఇట్లే 3 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు.

3 ఆధారంగా 2 వ ఎక్కిము

3 ఆధారముగ తీసికొన్నప్పుడు ఎడమవైపు అంకెల విలువ 3 అగును. కుడివైపు అంకెల విలువ 1 అగును. 1 నుండి 3 వరకు అంకెలను వరుసగా వ్రాయండి.

(1 2 3)

మీకు ఎన్ని రెండ్లు కావాలో అన్నవ అంకెను ఎడమ నుండి కొట్టవేయండి.

కొట్టవేయబడిన అంకెకు ఎడమవైపు అంకెలవిలువ 3 అవుతుంది. కుడివైపు అంకెలవిలువ 1 అవుతుంది

ఉదాహరణకు 2×2 లు కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2వ అంకెను కొట్టవేయండి.

(1 2 3) ఎడమవైపు 1 విలువ 3, కుడివైపు అంకె 3 విలువ 1 కావున మొత్తం విలువ $3+1 = 4$. కావున $2 \times 2 = 4$

ఇట్లే 3×2 కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమవైపునుండి 3 వ అంకెను కొట్టవేయండి.

(1 2 3) ఎడమవైపు 2 అంకెల విలువ $3+3 = 6$ కుడివైపున ఏమియు లేదు కావున సున్న అగును. మొత్తం విలువ 6. కావున $3 \times 2 = 6$ అవుతుంది.

అంకెలకు బదులు కుడిచేతి 3 వ్రేళ్లు ఉపయోగించి 2వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చు. ఎడమ వైపు వ్రేళ్లవిలువ 3 అగును. కుడివైపు వ్రేళ్లవిలువ 1 అగును.

ఉదాహరణకు 2×2 లు కావాలెను అనుకోండి.

ఎడమనుండి 2 వ వ్రేలును వంచివేయండి.



ఎడమవైపున 1, కుడివైపున 1 వ్రేలు మిగలును: ఎడమవైపు వ్రేలు విలువ 3, కుడివైపున వ్రేలు విలువ 1. కావున మొత్తం విలువ $3+1=4$. కావున $2 \times 2 = 4$. ఇట్లే 2 వ ఎక్కిమును గుణించుకోవచ్చును.

5 కూడికలు

క్రీందీ పట్టిక ద్వారా కూడికలు చేయవచ్చును. మధ్యనున్న అంకెలు ఇరువైపుల నున్న అంకెలు 5 కు ఎంతెంత ఎక్కువో లేక తక్కువో తెలుపుతాయి.

10	5	5	10
9	4	4	9
8	3	3	8
7	2	2	7
6	1	1	6
5	0	0	5
4	-1	-1	4
3	-2	-2	3
2	-3	-3	2
1	-4	-4	1

ఉదాహరణకు 6కు ఎదురుగానున్న 1, 5 కంటే 6 ఒకటి ఎక్కువ అని అర్థము. ఇట్లే 9 కి ఎదురుగానున్న 4, 5 కంటే 9, 4 ఎక్కువ అని అర్థము. 3 కు ఎదురుగానున్న -2, 5 కంటే 3, -2 తక్కువ అని అర్థము. అంకెల కూడికలకు యీ పట్టిక ఉపకరిస్తుంది. మధ్యనున్న అంకెలమొత్తం ఒకట్లుగ తీసికోండి, పదులస్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి

ఉదాహరణకు 7,7 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

7,7 లకు ఎదురుగానున్న 2,2 ల మొత్తం $2+2 = 4$ ను ఒకట్లుగ తీసికోండి. పదులస్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి.

కావున $7+7 = 14$ అవుతుంది.

ఇట్లే 6,9 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

6,9 లకు ఎదురుగానున్న 1,4 ల మొత్తం $1+4 = 5$ ను

ఒకట్లుగ తీసికోండి. పదుల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి

కావున $6+9 = 15$ అవుతుంది.

మరియు 4,9 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

4,9 లకు ఎదురుగానున్న -1,4ల మొత్తం $-1+4 = 3$ ను ఒకట్లుగ

తీసికోండి. పదుల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి.

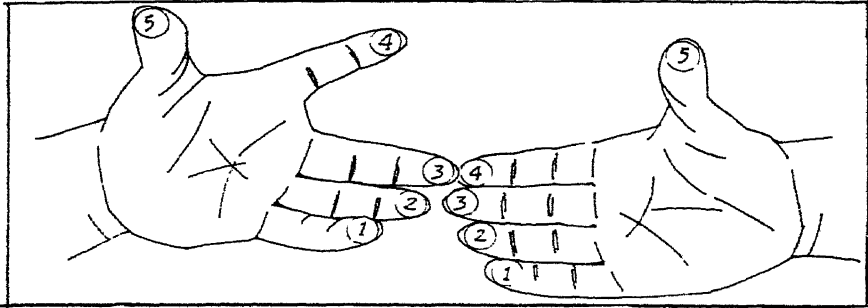
కావున $4+9 = 13$ అవుతుంది

వ్రేళ్లతో కూడికలు

5 కు రోపు అంకెలు అయితే వ్రేళ్లకు 1, 2, 3, 4, 5, అని పేర్లు పెట్టుకొని మనకు ఏ అంకెల కూడికలు కావాలో అయినా వ్రేళ్లను కలుపుకోవాలి. కలుపబడిన వ్రేళ్లమొత్తం అంకెలమొత్తం అవుతుంది.

ఉదాహరణకు 3, 4 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

3, 4 పేర్లుగల వ్రేళ్లవరకు కలపండి.



కలుపబడిన వ్రేళ్లసంఖ్యను లెక్కించండి. 7 వస్తుంది.

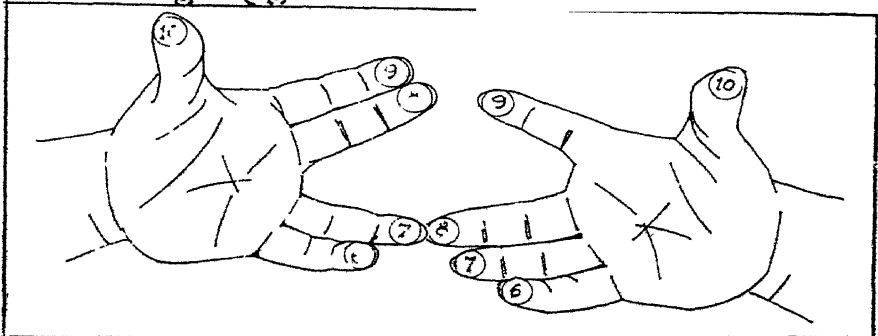
కావున $3+4 = 7$

ఇట్లే 5 కు రోపు అంకెల కూడికలు చేయవచ్చును.

6-10 అంకెల కూడికలు కావలసినవస్తే వ్రేళ్లకు 6, 7, 8, 9, 10 అని పేర్లు పెట్టుకోవాలి. మనకు ఏ అంకెల కూడికలు కావాలో ఆ అంకెలకు సంబంధించిన వ్రేళ్లను కలుపుకోవాలి. పదుల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోవాలి.

ఉదాహరణకు 7, 8 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

7, 8 ల పేర్లుగల వ్రేళ్లను కలుపుకోండి.



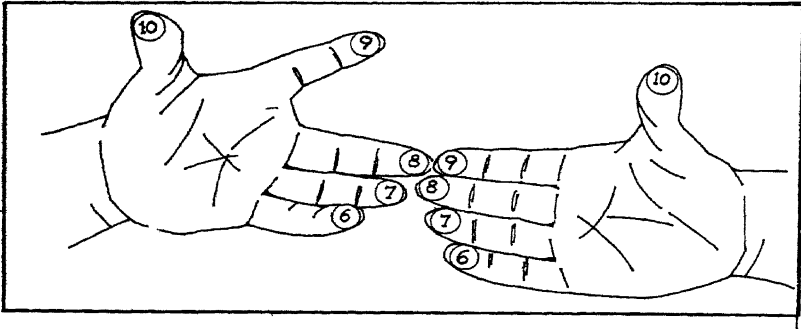
కలుపబడిన వ్రేళ్లమొత్తం 5 అవుతాయి. దీనిని ఒకట్లుగా తీసికోండి.

వదుల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి.

కావున $7+8 = 15$ అవుతుంది.

ఇట్లే 8,9లమొత్తం కావలెను అనుకోండి. 8, 9ల పేర్లుగల వ్రేళ్లను కలుపుకోండి.

కలుపబడిన వ్రేళ్లమొత్తం 7 అవుతాయి. దీనిని ఒకట్లుగా తీసికోండి. వదుల స్థానముగ ఎల్లప్పుడు 1 తీసికోండి.

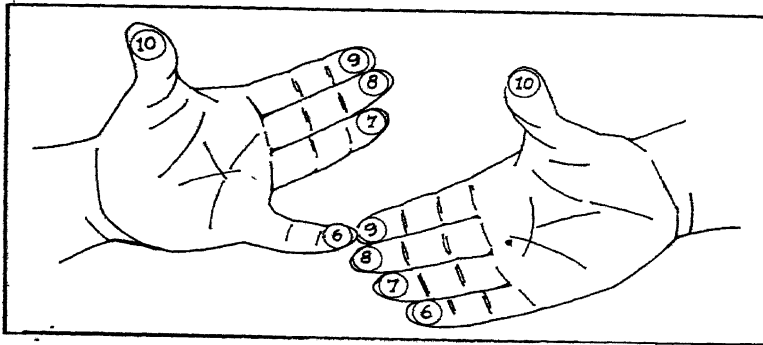


కావున $8+9 = 17$ అవుతుంది.

10 కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలు అయితే ఒకట్ల స్థానములను ముందు కలుపుకొని వదులుగ 2 తీసికోవాలి.

ఉదాహరణకు $16+19$ కావలెను అనుకోండి.

6,9 లు పేర్లుగల వ్రేళ్లను కలుపుకోండి.

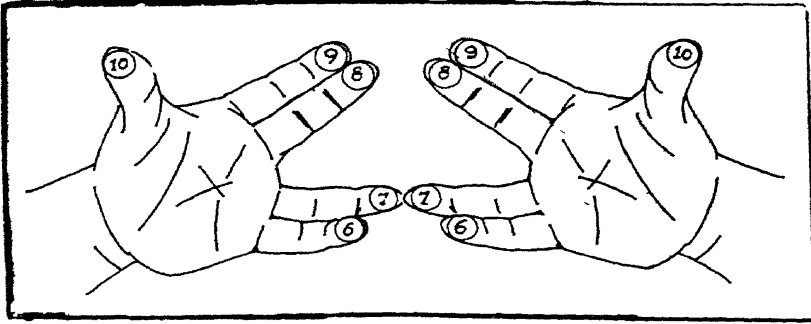


కలుపబడిన వ్రేళ్లు 5 అవుతాయి. దీనిని ఒకట్లుగా తీసికోండి. వదులస్థానముగ 1 తీసికోండి. దీనికి వదుల స్థానముగ 2 కలపండి.

అప్పుడు $15+20 = 35$ అవుతుంది.

కావున $16 + 19 = 35$ అవుతుంది

ఇట్లే $17 + 17$ కావలెను అనుకోండి.
 $7, 7$ పేర్లుగల వ్రేళ్లను కలుపుకోండి.



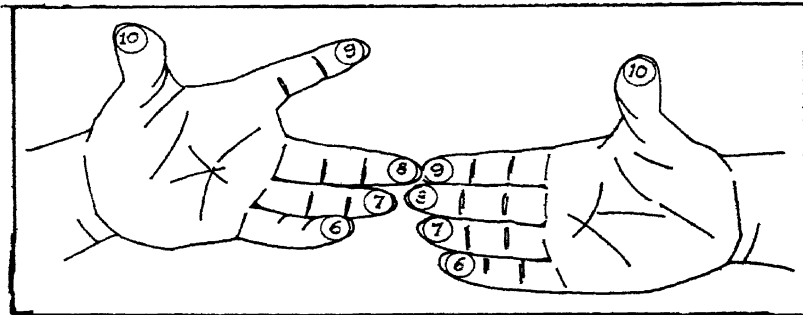
కలుపబడిన వ్రేళ్లు 4 అవుతాయి. దీనిని ఒకట్లుగ తీసికోండి. పదుల స్థానముగ 1 తీసికోండి. దీనికి పదుల స్థానముగ 2 కలవండి.

అప్పుడు $17 + 17 = 14 + 20 = 34$ వస్తుంది.

కావున $17 + 17 = 34$ అవుతుంది.

ఇట్లే పెద్ద సంఖ్యలు కూడవరిపివచ్చినప్పుడు ఒకట్ల స్థానమును ముందుగ లెక్కకట్టుకొని తరువాత పదులస్థానముల మొత్తమును కలుపుకోవాలి.

ఉదాహరణకు 18, 39ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి 8,9 పేర్లు గల వ్రేళ్లను కలుపుకోండి.



కలుపబడిన వ్రేళ్లు 7 అవుతాయి. దీనిని ఒకట్లుగ తీసికోండి. పదులస్థానముగ 1 తీసికోండి. దీనికి పదుల స్థానముల మొత్తం $1 + 3 = 4$ కలవండి.

అప్పుడు $18 + 39 = 17 + 40 = 57$ వస్తుంది

కావున $18 + 39 = 57$ అవుతుంది.

వేద గణిత పద్ధతి కూడికలు - 'సుధ'

సూత్రము.

10 కి లోపు కూడికలు వచ్చిన తరువాత ఎక్కువసంఖ్యలు కూడికలు క్రింది పద్ధతిని చేస్తే సులభతరము అవుతుంది.

ఈ పద్ధతిలో కూడికలు సామాన్య పద్ధతి లోనే చేస్తాము. కాని అంకెల మొత్తం 10 గాని అంతంటే ఎక్కువగాని అయినపుడు అంకెల పై చుక్కపెట్టి, పదికంటే ఎక్కువ అంకెలను పై అంకెలకు కలుపుతాము. ఎక్కువ సంఖ్యలు కూడవలసినవచ్చినపుడు జ్ఞాపకశక్తి తక్కువ గలవారికి యీ పద్ధతి ఎంతో ఉపకరిస్తుంది.

ఉదాహరణకు	7	9
	8	7
	7	8
	8	6
	5	9

3 8 9

సందర్భము 1 : $9+6 = 15$ అవుతుంది. ఇది 10 కంటే ఎక్కువ కావున 6 పై చుక్కనుంచి 15లోని 1ని వదలి వేసి 5ను 8కి కలుపగ $8+5 = 13$ అవుతుంది. ఇది 10 కంటే ఎక్కువ కావున 8 పై చుక్కపెట్టి 1ని వదలి వేసి 3 ను 7 నకు కలుపగ $7+3 = 10$ అవుతుంది. 7 పై చుక్కపెట్టి పైనున్న 9 ని ఒకల్లస్థానముగ వ్రాయాలి.

సందర్భము 2; రెండవ నిలువ వరుసలోని అంకెలను కూడుటకు ముందు మొదటి నిలుపు వరుసలోని చుక్కలను లెక్కిపెట్టుకోవాలి. వీటినిలువ 3. దీనిని రెండవ నిలువ వరుస లోని అడుగు అంకె 5 నకు కలుపగ $5+3 = 8$ వస్తుంది. దీనిని 5 కు పైనున్న 8 కి కలుపగ $8+8 = 16$ అవుతుంది. ఇది పది కంటే ఎక్కువ కావున 8 పై చుక్క పెట్టి 1ని వదలి వేసి '6' ను 7 నకు కలుపగ $7+6 = 13$ అవుతుంది. ఇది 10 కంటే ఎక్కువ కావున 7 పై చుక్క పెట్టి 1 ని వదలివేసి 3 ను 8 కి కలుపగ $8+3 = 11$ అవుతుంది. ఇది 10 కంటే ఎక్కువ కావున 1 ని వదలివేసి ఒకల్ల స్థానము 1 ని 7 నకు కలుపగా $7+1 = 8$ అవుతుంది. దీనిని పదులుగా వ్రాయండి.

సందర్భము 3 : పదుల స్థానములోని చుక్కలను లెక్కిపెట్టగ వచ్చు 3 ను వందల స్థానముగ వ్రాయండి.

ఇట్లే	7	8	9
	8	9	6
	9	6	5
	6	4	8
	<hr/>		
	3	2	9 8
	<hr/>		

సందర్భము 1 : $8+5 = 13$, ఇది పదికంటె ఎక్కువ. 5 పై చుక్కపెట్టి పదులస్థానపు అంకె 1ని వదలి వేసి ఒకట్లస్థానపు విలువ 3 ను 6 నకు కలుపండి. $6+3 = 9$ వస్తుంది. ఇది పదికంటె తక్కువ కావున దీనిని 9 కి కలపండి. $9+9 = 18$ వస్తుంది. ఇది పదికంటె ఎక్కువ కావున 9 పై చుక్కనుంచి 8 ని ఒకట్లుగ వ్రాయండి.

సందర్భము 2 : ఒకట్ల స్థానము లోని చుక్కలను లెక్కపెట్టి (2) పదుల స్థానములోని 4 నకు కలుపగ $4+2 = 6$ వస్తుంది. దీనిని 6 కు కలుపగ $6+6 = 12$ వస్తుంది. ఇది పది కంటె ఎక్కువ కావున 6 పై చుక్కనుంచి పదుల స్థానమును వదలివేసి ఒకట్ల స్థానము 2 ను 9 నకు కలుపగ $2+9 = 11$ వస్తుంది. ఇది పదికంటె ఎక్కువ కావున 9 పై చుక్కనుంచి పదులస్థానము 1ని వదలి వేసి ఒకస్థానము 1ని 8 కి కలుపగ $8+1 = 9$ వస్తుంది. దీనిని పదులస్థానముగ వ్రాయండి.

సందర్భము 3 : పదులస్థానములోని చుక్కలను లెక్కపెట్టగ 2 వస్తుంది. దీనిని వందల స్థానములోని 6 నకు కలుపగ $6+2 = 8$ వస్తుంది. ఇది పదికి తక్కువ కావున 9 కి కలుపగ $8+9 = 17$ వస్తుంది. ఇది పదికంటె ఎక్కువ కావున 9 పై చుక్కనుంచి పదుల స్థానమును వదలి వేసి ఒకట్ల స్థానమును 8 కి కలపండి. $8+7 = 15$ వస్తుంది. ఇది పది కంటె ఎక్కువ కావున 8 పై చుక్కనుంచి పదుల స్థానమును వదలివేసి ఒకట్లస్థానము 5 ను 7 నకు కలుపగ $5+7 = 12$ వస్తుంది. ఇది పదికంటె ఎక్కువ కావున 7 పై చుక్కనుంచి పదుల స్థానమును వదలి వేసి ఒకట్ల స్థానము 2 వందల స్థానముగ వ్రాయండి.

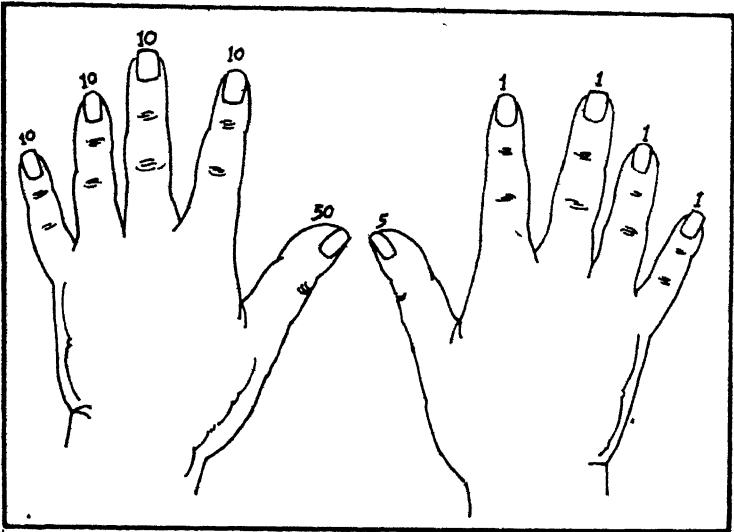
సందర్భము 4 : వందల స్థానములోని చుక్కలను లెక్కపెట్టగ 3 వస్తుంది. దీనిని వేల స్థానములో వ్రాయండి.

6. వేగముగ వ్రేళ్లతో కూడికలు

50 కి లోపు రెండేసి అంకెల కూడికలను వ్రేళ్లతోనే లెక్కికట్టుకోవచ్చు. పయోజనులకు యీ పద్ధతి ఎంతో ఉపకరిస్తుంది. పాఠములో పనిచేయునపుడు ఖాడికలు చేయవలసివస్తుంది. కాగితము కలము అవసరములేకుండగనే వ్రేళ్లతో ఖాడికలు చేసికొనవచ్చును. వ్యవసాయదారులకు, కార్మికులకు, పయోజనులకు ఈ ప్రక్రియ ఎంతో ఉపకరిస్తుంది.

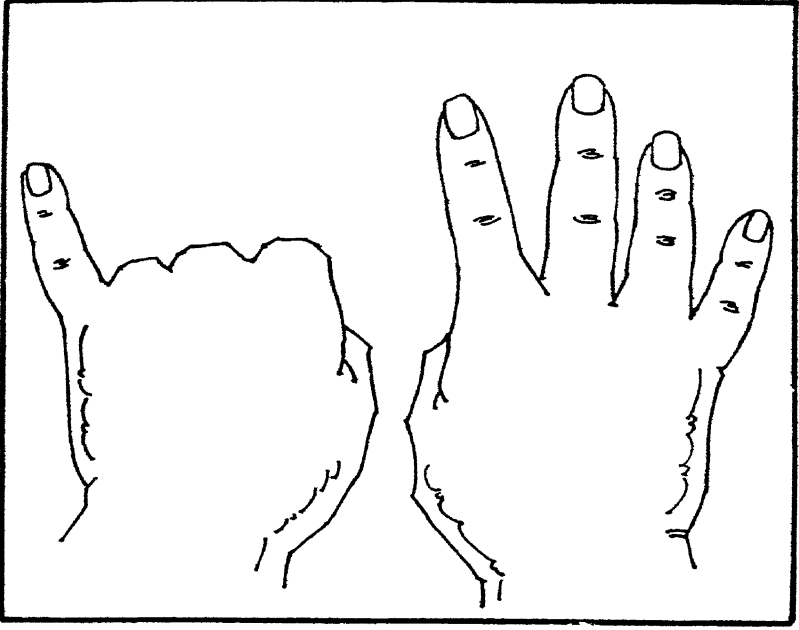
సంఖ్యలమొత్తం 100 కు లోపు అయినపుడు ఎడమచేతివ్రేళ్లను పదులుగను, బొటనవ్రేలును 50గను అనుకోండి. మొత్తం విలువ 90 అవుతుంది.

కుడిచేతి వ్రేళ్లను ఒకట్లుగను బొటనవ్రేలును 5 గను అనుకోండి. మొత్తము ఏడేతేలి వ్రేళ్ల విలువ 9 అవుతుంది. ఇప్పుడు మనము కలుపవలసిన సంఖ్యలకు ఎడమ ఏడే చేతుల వ్రేళ్లను సైకి లేపి మొత్తములను కనుక్కోవచ్చు.

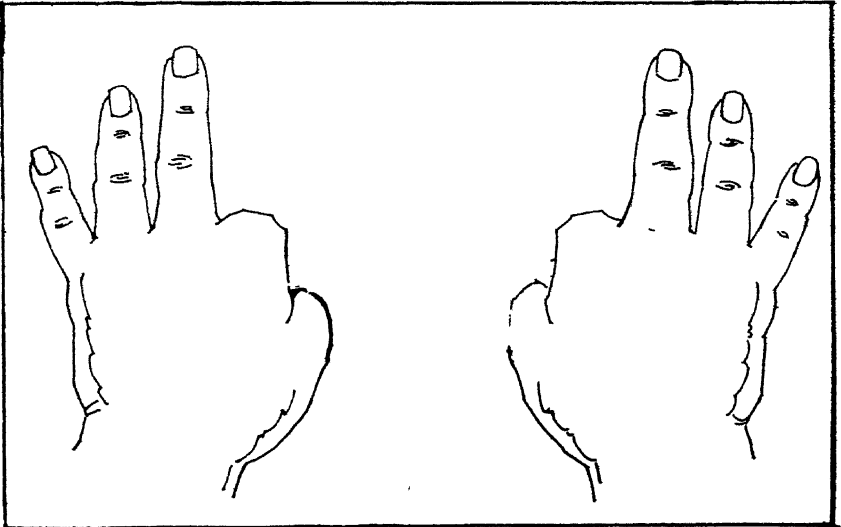


ఉదాహరణకు $14+19$ కావలెను అనుకోండి.

ముందుగ 14 నకు సరిపడు ఎడమ కుడి చేతుల వ్రేళ్లను సైకి లేపండి.



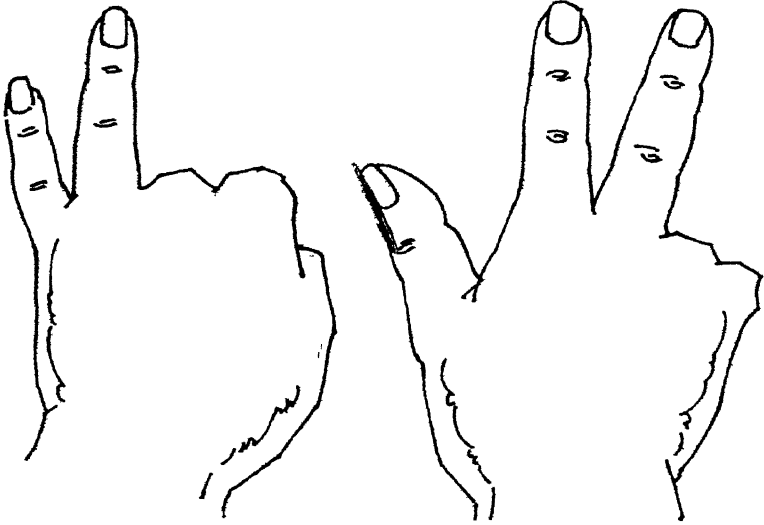
తరువాత 19 కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపాలి. ఎడమ చేతి ఒక వ్రేలును ముందుగా లేపండి. దీని విలువ పది అవుతుంది. ఇప్పుడు తొమ్మిది చూపుటకు ఎడమచేతి మరియు క వ్రేలును పైకి లేపి కుడిచేతి ఒక వ్రేలును వంచివేయండి.



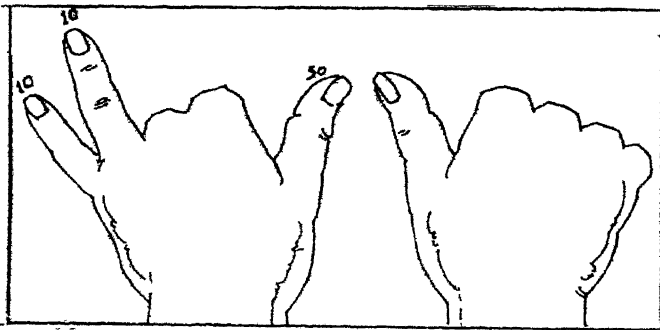
వ్రేళ్ల విలువను లెక్క కట్టండి 33 అవుతుంది. కావున $14 + 19 = 33$ వస్తుంది. ఇట్లే వ్రేళ్లను పైకి లేపుట, దింపుట వలన వ్రేళ్లమొత్తమును లెక్కించి మొత్తాలను కనుక్కోవచ్చు.

ఇట్లే $27 + 48$ కావలెను అనుకోండి.

ముందుగ 27 నకు సరిపడు ఎడమ, కుడిచేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



ఇప్పుడు 48 కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపాలి. ముందుగ 50 కి సంబంధించిన వ్రేళ్లను పైకి లేపి 2 కు సంబంధించిన వ్రేళ్లను వంచి వేయాలి. అనగ ఎడమ చేతి 50 కి సంబంధించిన బొటన వ్రేలు పైకి తీసి కుడిచేతి 2 వ్రేళ్లను వంచివేయండి.

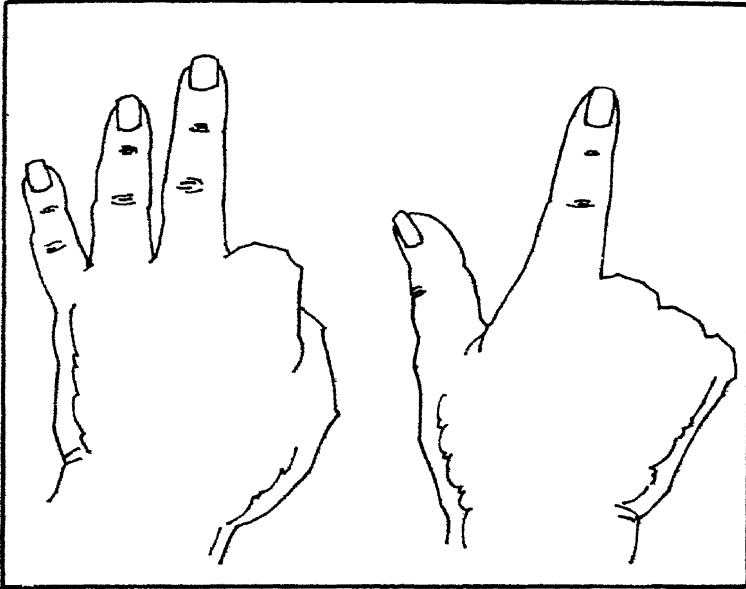


ఇప్పుడు వ్రేళ్లవిలువ $10+10+50+5 = 75$ అవుతుంది.

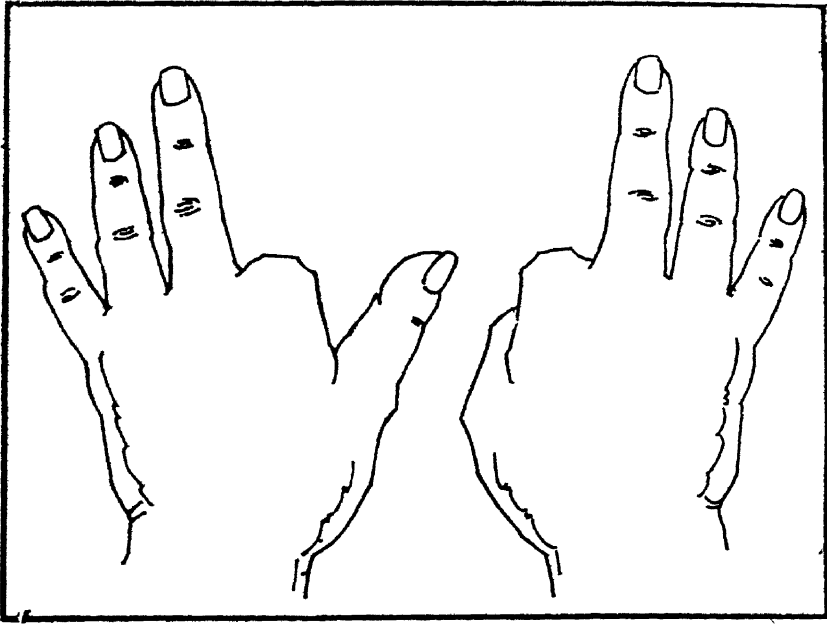
కావున $27+48 = 75$ అవుతుంది.

ఇట్లే $36+47$ కావలెను అనుకోండి.

ముందుగ 36 నకు సరిపడు ఎడమ, కుడిచేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



ఇప్పుడు 47నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకిలేపాలి. ముందుగ 50 కి సంబంధించిన వ్రేళ్లను పైకిలేపి 3 నకు సంబంధించిన కుడి చేతి వ్రేళ్లను వంచి వేయాలి. ఎడమ చేతి బొటనవ్రేలు పైకి లేపగ 50 అవుతుంది. కుడిచేతి 3 వ్రేళ్లను వంచుటకు కుడిచేతి 6 నకు సంబంధించిన వ్రేళ్లను వంచివేసి 3 వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



ఇప్పుడు వ్రేళ్ల విలువ $30+50+3 = 83$ అవుతుంది.

కావున $36+47 = 83$ అవుతుంది.

ఇట్లే వ్రేళ్లను పైకి లేపుట దింపుట వలన సమయస్ఫూర్తిగ కూడికలు చేసికొనవచ్చును. ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువను పెంచుకొనుటవలన పెద్దపెద్దకూడికలను కూడ చేయవచ్చును.

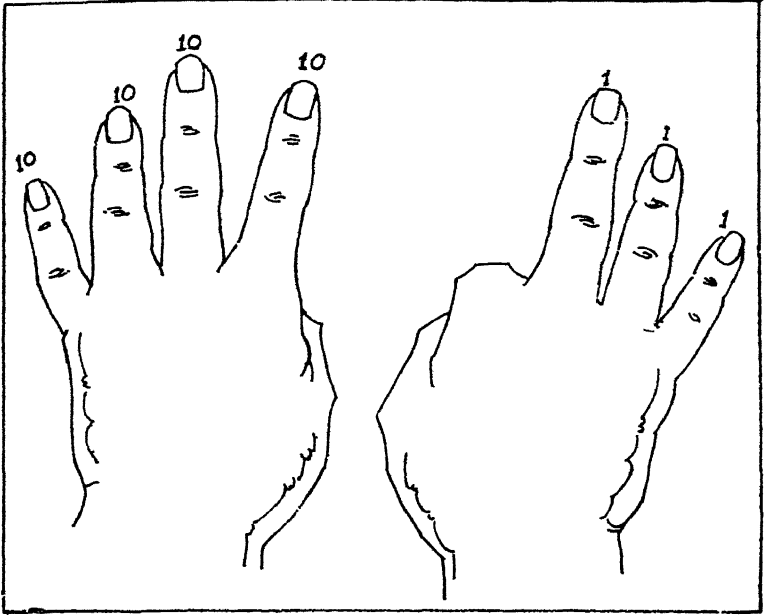
100 కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల కూడికలు

వంద కంటే పెద్ద సంఖ్యలు అయినప్పుడు వందల స్థానములను వేరుగ కూడుకొని కలుపుకోవాలి.

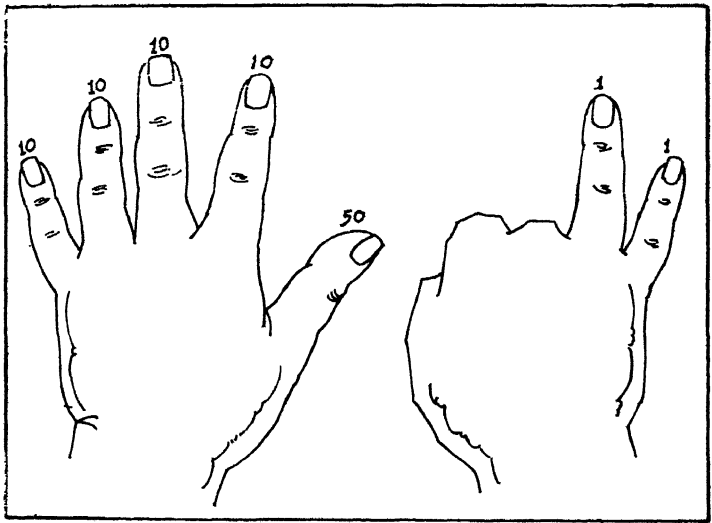
ఉదాహరణకు 143,149 ల మొత్తం కావలెను అనుకోండి.

మొదట 43, 49 ల మొత్తం కనుక్కోవాలి.

ముందుగ 42నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకిలేపాలి.



తరువాత 49 సూచించుటకు ఎడమచేతి బొటనవ్రేలు పైకి లేపి 1ని తగ్గించుటకు మడిచేతి 1ని సూచించు వ్రేలును వంచివేయండి.



నిలబడిన వ్రేళ్ల విలువ $90+2 = 92$

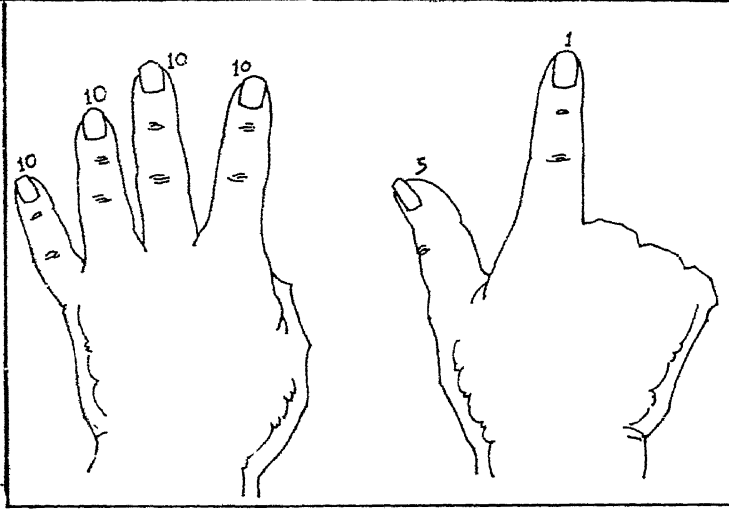
కావున $43+49 = 92$

ఇప్పుడు వందల స్థానముల మొత్తం $1+1 = 2$ విలువ 200 ను సంఖ్యల మొత్తంనకు కలుపగ 292 అవుతుంది.

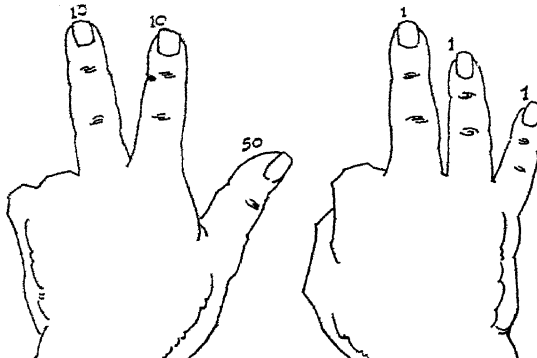
కావున $143+149 = 292$

ఇట్లే $346+227$ కావలెను అనుకోండి.

మొదట 46, 27 ల మొత్తం కనుక్కోవాలి. ముందుగ 46 నకు సరిపడు వ్రేళ్లను



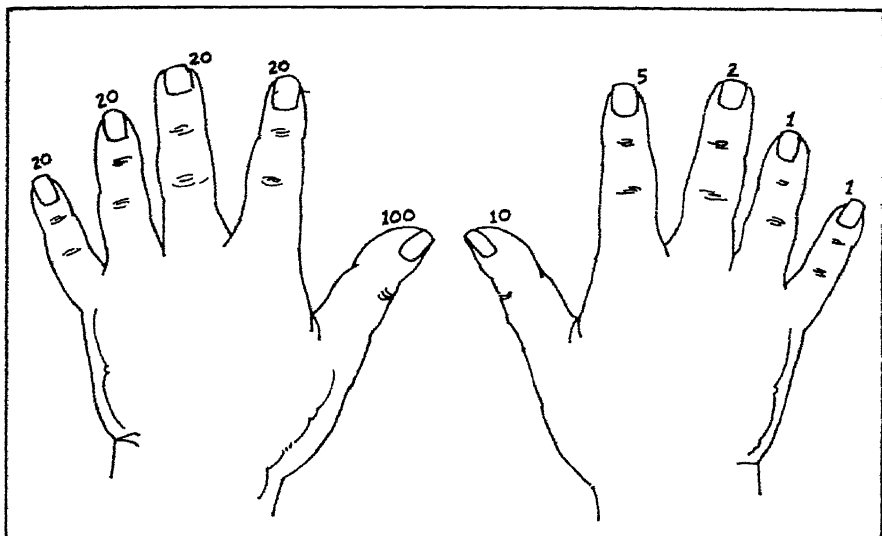
పైకి లేపాలి. తరువాత 27 సూచించుటకు ఎడమ చేతి బొటన వ్రేలును పైకి లేపి 20 కి సరిపడు వ్రేళ్లను వంచి వేయండి. అప్పుడు 30 కలిపినట్లు అవుతుంది. ఇప్పుడు 3 ను తగ్గించుటకు 6 కు సరిపడు కుడిచేతి వ్రేళ్లను వంచివేసి 3 నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



నిలబడిన వ్రేళ్లవిలువ 73 అవుతుంది. దీనికి వందల స్థానము లోని $3+2=5$ ను కలుపగ 573 అవుతుంది.

ఈ విధముగ ఆలోచించుతూ ఎంత పెద్దకూడికలు అయిన చేసికొనిపోవచ్చును.

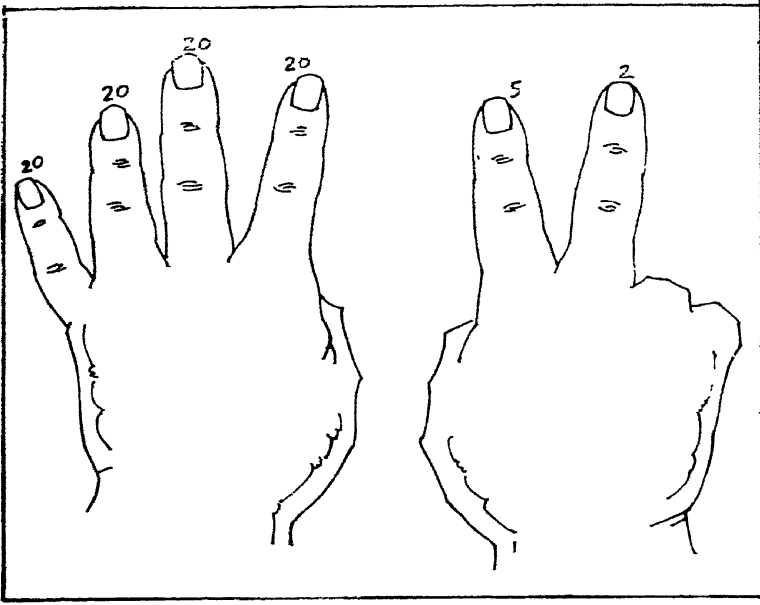
ఒక్కొక్క సంఖ్య 100 కు లోపు అయినపుడు సంఖ్యల కూడికలు



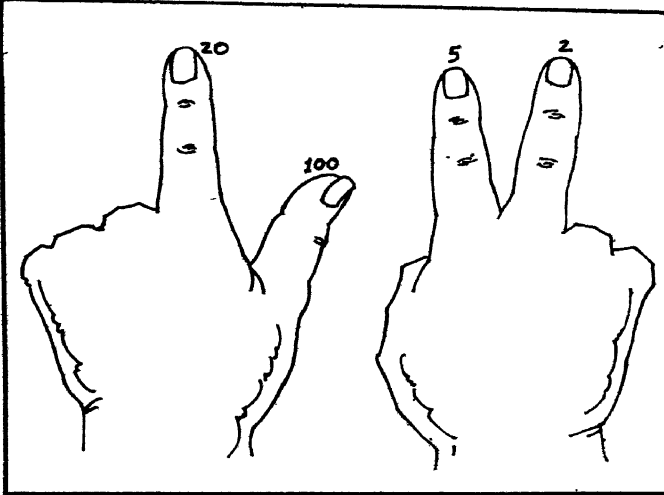
వ్రేళ్లకు, పటములో చూపిన విధముగా పేర్లు పెట్టుకోవాలి. ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ 180, కుడిచేతి వ్రేళ్లవిలువ 19. మొత్తం రెండు చేతుల వ్రేళ్లవిలువ 199. ఏ సంఖ్యల మొత్తం కావాలో తెలిసికోవాలి. మొదటి సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయాలి. తరువాత రెండవ సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపాలి. లేవబడిన వ్రేళ్లవిలువ సంఖ్యల మొత్తం అవుతుంది.

ఉదాహరణకు $87+49$ కావలెను అనుకోండి.

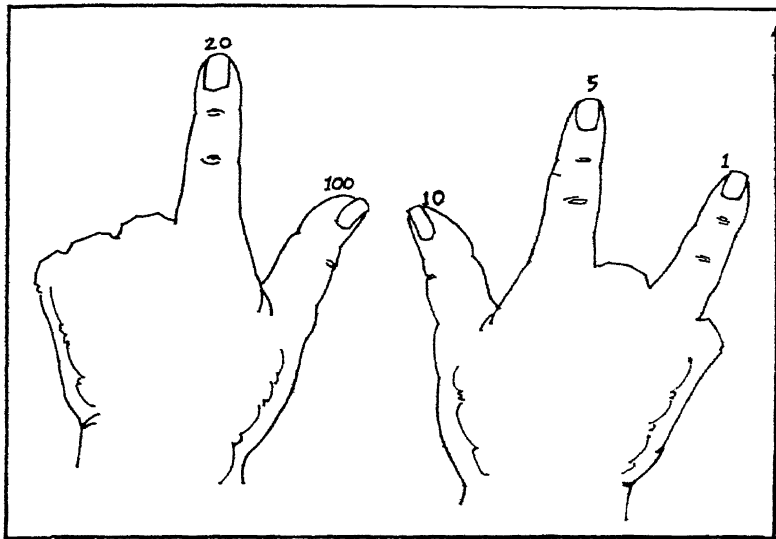
ముందుగ 87 నకు సరిపడు ఎడమ చేతి వ్రేళ్లను నాల్గింటిని కుడిచేతివ్రేళ్లలో 7నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



పిటివిలువ 87. ఇప్పుడు 49 నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపాలి. ముందుగ 40 కు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపుటకు 100 ను సూచించు బొటన వ్రేలును పైకి లేపి 60 ని తగ్గించుటకు 3 వ్రేళ్లను వంచి వేయండి. ఇప్పుడు రెండు చేతుల నిలబడిన వ్రేళ్ల విలువ 127 అవుతుంది.



ఇప్పుడు 9 కి సరిపడు వ్రేళ్ళును పైకి లేపాలి. 10 కి సరిపడు కుడిచేతి బొటన వ్రేలును పైకి లేపి 1ని తగ్గించుటకు 2 ను వంచివేసి 1 కి సరిపడు ఉంగరపువ్రేలును పైకి లేపండి.

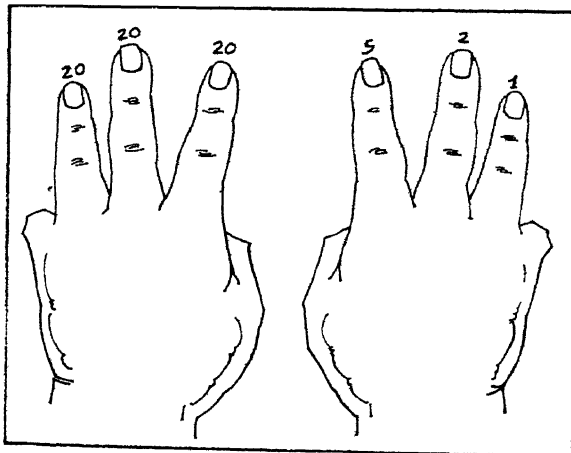


వ్రేళ్ళును లెక్కి కట్టండి $100+20+10+5+1 = 136$ అవుతుంది.

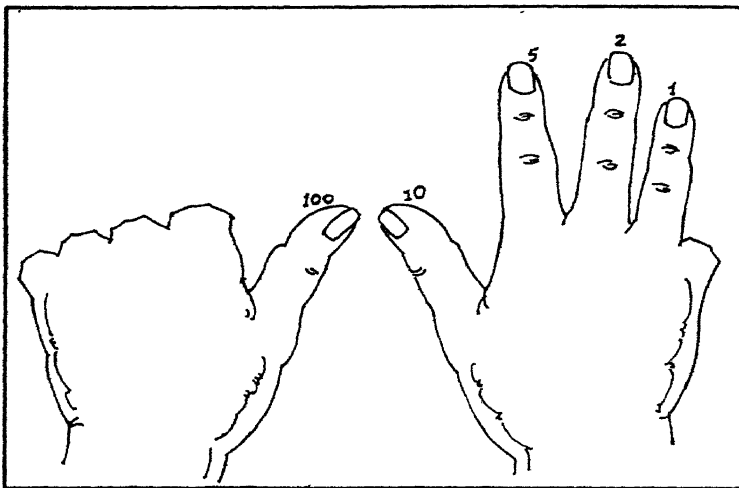
కావున $87+49 = 136$

ఇట్లే $68 + 56$ కావలెను అనుకోండి.

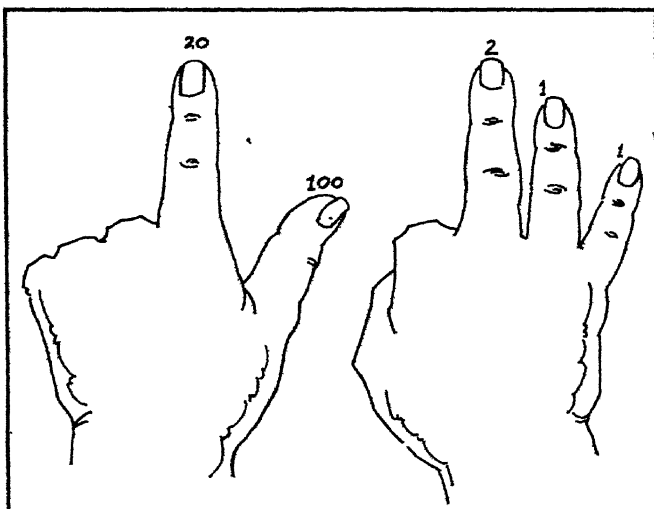
ముందుగ 68 నకు సరిపడు కుడి, ఎడమ చేతుల వ్రేళ్ళు పైకి లేపి మిగిలిన వ్రేళ్ళును వంచి వేయండి.



పీటి విలువ 68. ఇప్పుడు 56 నకు సరిపడు వ్రేళ్ళను పైకి లేపాలి. ముందుగ 50 కి సరిపడు వ్రేళ్ళను పైకి లేపుటకు 100 ను సూచించు ఎడమ చేతి బొటన వ్రేలును పైకి లేపి 50 ని తగ్గించుటకు 60 ని సూచించు ఎడమ చేతి మూడు వ్రేళ్ళను వంచివేసి 10 ని సూచించు కుడిచేతి బొటన వ్రేలును పైకి లేపండి.



పీటి విలువ 118 అవుతుంది. దీనికి 6 కలుపుటకు 20 ని సూచించు ఎడమచేతి వ్రేలును పైకి లేపి కుడిచేతి వ్రేళ్ళను 14 నకు తగ్గించి వేయాలి అనగ కుడిచేతివ్రేళ్ళను 14 నకు తగ్గించగ 4 విలువగల వ్రేళ్ళ మాత్రమే మిగులుతాయి.



ఇప్పుడు రెండుచేతుల వ్రేళ్ల విలువ 124 అవుతుంది. ఇట్లే వ్రేళ్ళను సమయస్ఫూర్తిగ పైకి లేపుచు వంచుచు నేర్పరితనముతో కూడికలు చేసికొనవచ్చును కాగితము కలము అవసరములేదు. మెదడుకు మేళ కల్గించును.

7. తీసివేతలు

క్రింది పట్టిక ద్వారా తీసివేతలను చేసికొనవచ్చును.

10	5	0	5
9	4	1	4
8	3	2	3
7	2	3	2
6	1	4	1

పై పట్టిక లోని మధ్య అంకెలు 5 కంటే ఎంతెంత పెద్దవో లేక ఎంతెంత చిన్నవో తెలుపుతాయి. 8 కి ఎదురుగా నున్న 3, ఐదుకంటే 3 ఎక్కువ. 2 కు ఎదురుగానున్న 3, ఐదుకంటే 3 తక్కువను తెలుపును. 5 కు ఎదురుగానున్న 0, ఐదుకంటే నున్న తక్కువను తెలుపును. తీసివేతలు కావలసినపుడు ఎదురుఎదురుగానున్న మధ్య అంకెల మొత్తములను లెక్కికట్టుకోవాలి.

ఒకేవైపు అంకెలు అయినచో ఎదురుఎదురుగానుండు అంకెల భేదములను కనుక్కోవాలి.

ఉదాహరణకు 9-3 కావలెను, అనుకోండి.

9,3 లకు ఎదురుగానుండు 4,2 ల మొత్తం భేదము అవుతుంది కావున
 $9-3 = 4+2 = 6$

ఇట్లే 8-3 కావలెను అనుకోండి.

8,3 లకు ఎదురుగానుండు 3,2 ల మొత్తం భేదము అవుతుంది

కావున $8-3 = 3+2 = 5$

మరియి 9-7 కావలెను అనుకోండి.

ఒకేవైపు అంకెలు అయితే ఎదురుగా నుండు అంకెల భేదము లెక్కికట్టుకోవాలి.

9,7 లకు ఎదురుగానుండు అంకెలు 4,2 భేదము $4-2 = 2$

అంకెలభేదము అవుతుంది.

కావున $9-7 = 2$

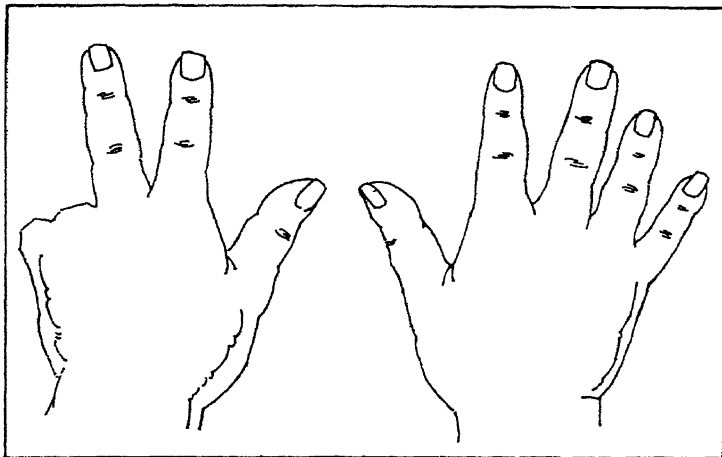
10 కి లోపు అంకెల తీసివేతలు (వ్రేళ్లతో)

రెండు చేతుల వ్రేళ్లను చాపి ఒక దాని ప్రక్కన ఒకటి ఉంచండి. పది వ్రేళ్లు

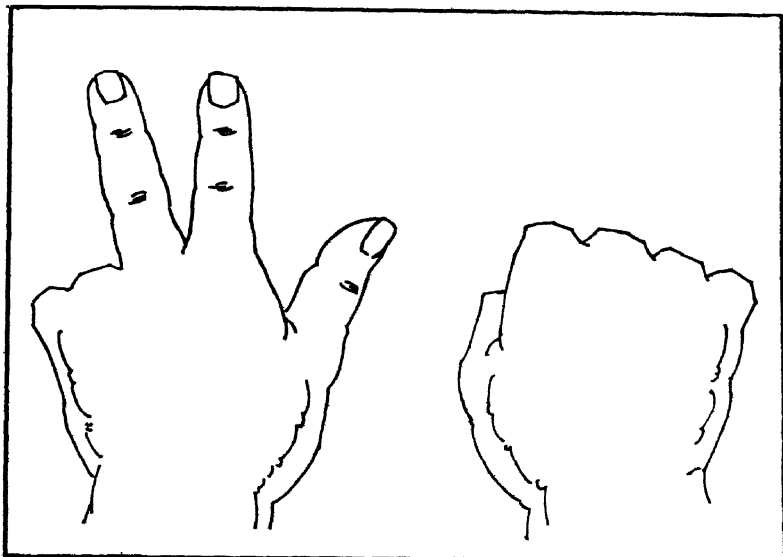
అవుతాయి. మీరు ఏ అంకెనుండి తీసివేయాలో దానికి సంబంధించిన వ్రేళ్ళను పైకి లేపండి. తరువాత తీసివేయవలసిన అంకెకు సరిపడు వ్రేళ్ళను వంచివేయండి.

ఉదాహరణకు 8-5 కావలెను అనుకోండి.

8 కి సంబంధించిన వ్రేళ్ళను పైకి లేపండి

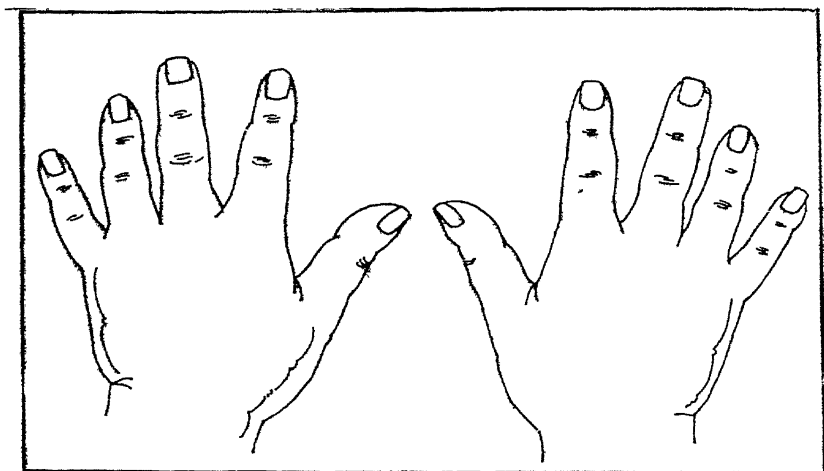


దీనినుంచి 5 వ్రేళ్ళను వంచి వేయండి. జవాబు వస్తుంది
కావున $8-5 = 3$ అవుతుంది.

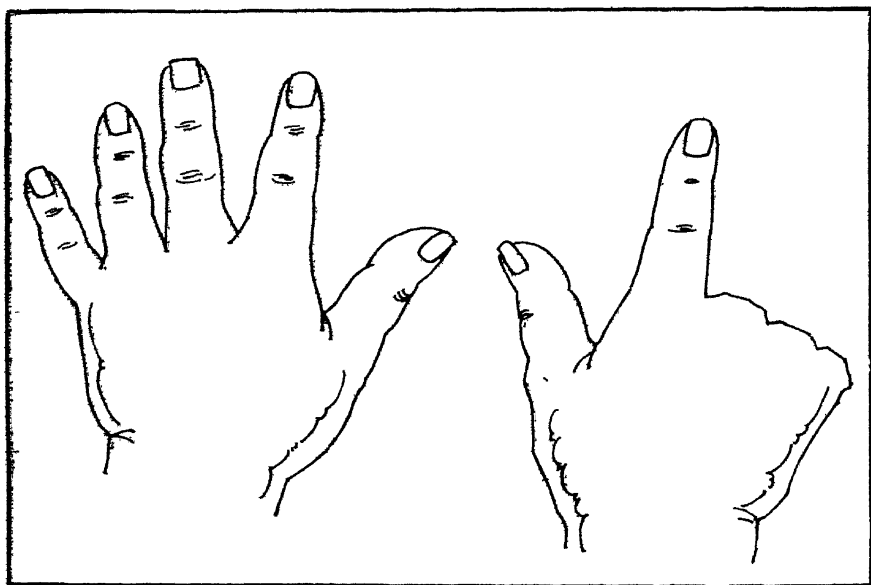


ఇట్లే 10-3 కావలెను అనుకోండి.

10 కి సంబంధించిన వ్రేళ్ళను పైకి లేపండి



దీనినుంచి 3 వ్రేళ్ళను వంచివేయండి. జవాబు వస్తుంది 7 వ్రేళ్ళ మిగులుతాయి

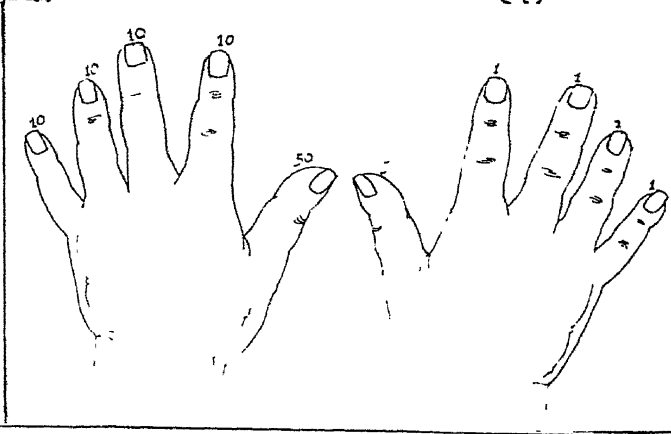


కాపున 10-3 = 7 అవుతుంది.

ఇట్లే పదికి లోపు తీసివేతలను లెక్క-కట్టుకోవచ్చును.

100. కు లోపు అంకెల తీసివేతలు

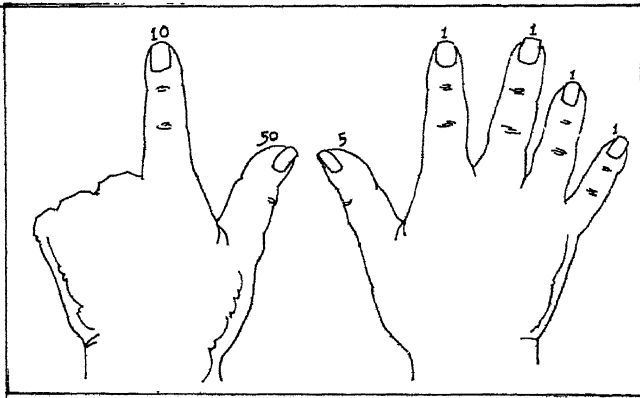
100 కు లోపు సంఖ్యల నుండి తీసివేతలు అయినచో కూడికల వలెనే వ్రేళ్లకు పేర్లుపెట్టుకొని తీసివేతలను చేసుకొనవచ్చును. ఎడమచేతివ్రేళ్లను పదులుగను, బొంగరపువ్రేలును 50 గను తలంచండి. కుడిచేతి బొటనవ్రేలును 5 గను, మిగిలిన వ్రేళ్లను ఒకట్లుగను తలంచండి. మొత్తం రెండు చేతుల వ్రేళ్లవిలువ 99 అవుతుంది.



ముందుగ మనము ఏ సంఖ్యనుండి తీసివేయవలెనో ఆ సంఖ్యకు సంబంధించినవ్రేళ్లను పైకి లేపండి. తరువాత తీసివేయవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను వంచి వేయండి.

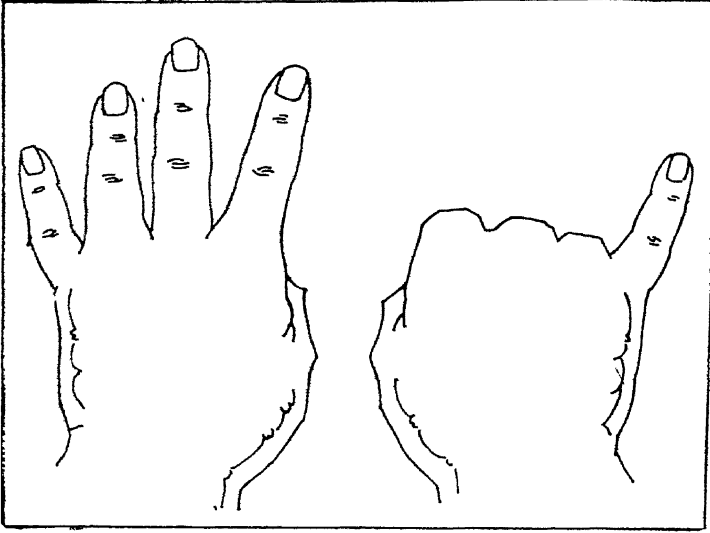
ఉదాహరణకు 69-28 కావలెను అనుకోండి.

ముందుగ 69 కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



దీని నుండి 28 కి సరిపడు వ్రేళ్లను వంచి వేయాలి. ముందుగ 8 కి సరిపడు కుడిచేతి వ్రేళ్లను వంచివేయండి.

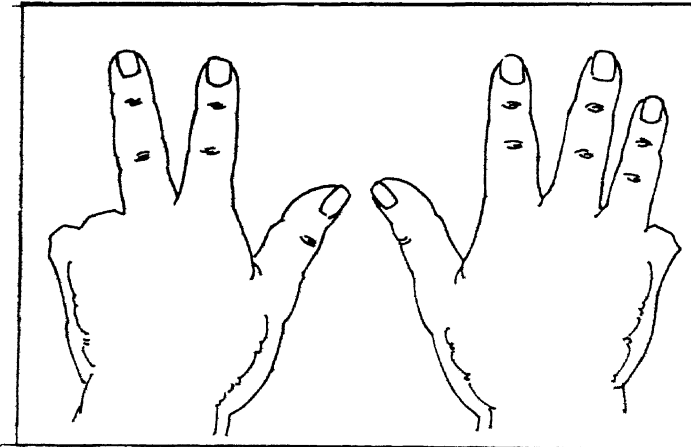
తరువాత 50 కి సంబంధించిన వ్రేలును వంచివేసి 30 కి సంబంధించిన వ్రేళ్లను పెక్కిలేపండి.



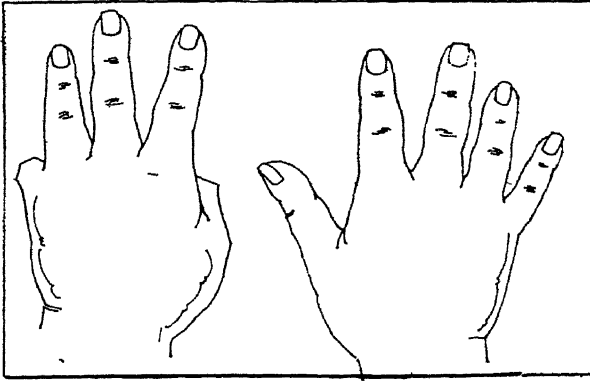
ఇప్పుడు $69 - 28 = 41$ అవుతుంది.

ఇట్లే $78 - 39$ కావలెను అనుకోండి.

ముందుగ 78 కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకిలేపండి.



దీనినుండి 39కి సరిపడు వ్రేళ్లను వంచివేయాలి. ముందుగ 40 కి సంబంధించిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి. అప్పుడు 50 కి సంబంధించిన బొటనవ్రేలును వంచివేసి 10 కి సంబంధించినవ్రేలును పైకి లేపండి. ఎడమవైపున 30 కి సంబంధించిన వ్రేళ్లు మిగులుతాయి. ఇప్పుడు ఎడమవైపున ఒకటి సంబంధించిన వ్రేలును పైకిలేపండి.



కావున $78 - 39 = 39$ అవుతుంది.

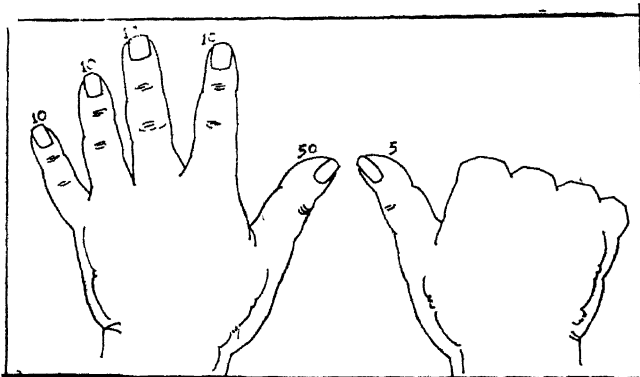
100 కంటే ఎక్కువ

విలువగల సంఖ్యల తీసివేతలు

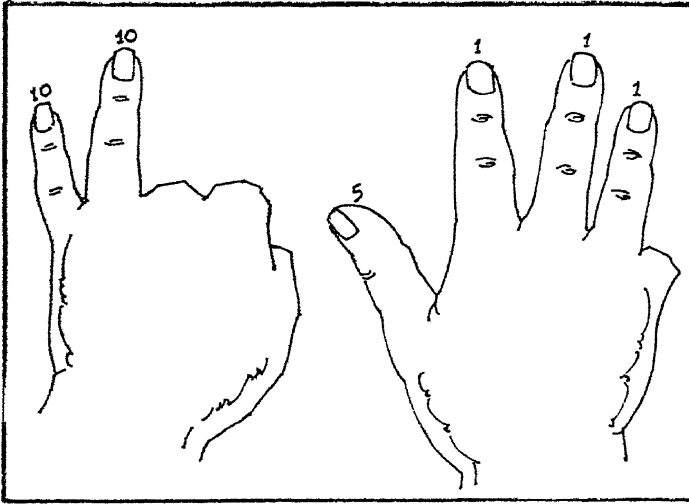
రెండు సంఖ్యలు 100 కంటే పెద్దవి అయినపుడు ఒకట్లు, పదుల స్థానముల విలువల భేదము పై పద్ధతినే కనుక్కోవచ్చు.

ఉదాహరణకు 195,167 ల భేదము కావలెను అనుకోండి.

మొదట 95 నకు సరిపడు వ్రేళ్లను పటములో చూపబడిన విధముగ పైకి లేపండి.



ఇప్పుడు 67 ను తీసివేయాలి. ముందుగా 70 కి సరిపడు వ్రేళ్లను వంచివేసి తరువాత 3 వ్రేళ్లకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి. ఇప్పుడు సంఖ్యల భేదము పైకి లేపబడిన వ్రేళ్లవిలువ అవుతుంది.



కావున $195 - 167 = 28$

ఇట్లే సమయస్ఫూర్తిగా ఎంత పెద్దసంఖ్యల తీసివేతలు అయినను చేయవచ్చును: కాగితము కలము అవసరములేదు.

8. వేదగణిత పద్ధతి తీసివేతలు :

సుధాసూత్రము

ఒకసంఖ్య వదిలించుట ఎక్కువ రెండవ సంఖ్య వదిలించుట తక్కువ అయినపుడు అడుగుననున్న అంకె వదిలి ఎంత తక్కువో తెలిసికొని పైననున్న అంకె 10 కి ఎంత ఎక్కువో తెలిసికొని కలుపుతాము. ఆ అంకె భేదము అవుతుంది.

ఉదాహరణకు 13 కావలెను అనుకోండి.

-8

అడుగుననున్న 8 వదిలి 2 తక్కువ, పైననున్న 13 వదిలి 3 ఎక్కువ. కావున అంకెల భేదము $3 + 2 = 5$ అవుతుంది.

కావున $13-8 = 5$ అవుతుంది.

ఇట్లే $17-9$ కావలెను అనుకోండి.

17

-9

అడుగున ఉన్న 9 పదికి 1 తక్కువ, పైనున్న 17 పదికి 7 ఎక్కువ కావున అంకెల భేదము $1+7 = 8$ అవుతుంది.

కావున $17-9 = 8$ అవుతుంది.

ఇట్లే పెద్దసంఖ్యల తీసివేతలను కూడ చేయవచ్చును. అడుగుననున్న సంఖ్యకూడ రెండు అంకెల సంఖ్య అయినపుడు పదుల స్థానముపై చుక్కపెట్టుకొని, పదుల స్థానమును పెంచుకోవాలి.

ఉదాహరణకు $63-28$ కావలెను అనుకోండి.

63

-28

8 పదికి 2 తక్కువ కావున 2 ను 3 నకు కలపండి $2+3 = 5$ వస్తుంది. దీనిని ఒకట్లుగ తీసికోండి. కలిపినపుడు ముందు అంకె 2 పై చుక్కపెట్టండి 3 అవుతుంది.

ఇప్పుడు 6 నుండి 3 ను తీసివేయండి $6-3 = 3$ వస్తుంది. కావున పదుల స్థానము 3 అవుతుంది.

కావున $63-28 = 35$ అవుతుంది.

9. గుణకారములు.

వ్రేళ్లతో అంకెల గుణకారములు నేర్చుకొన్న తరువాత క్రింది పద్ధతిని రెండవ అంకెల గుణకారములు చేయవచ్చును. ఈ పద్ధతిని గుర్తుల గుణకారము అంటాము. గుర్తులను కుడినుండి ఎడమకు వాడుతాము. ఈ పద్ధతివలన ఎక్కాలను, వర్గాలను గుణకారములను కూడా లెక్కికట్టుకోవచ్చును.

గుర్తులు



మొదటి నిలువు గుర్తు ఒకట్ల స్థానమును తెలుపును.

రెండవ ఏటవాలు గుర్తు పదుల స్థానమును తెలుపును

3 వ నిలువు గుర్తు వందల స్థానమును తెలుపును.

ఉదాహరణకు 12×13 కావలెను అనుకోండి.

12

13

ఒకట్లు $= 2 \times 3 = 6$

పదులు $= 1 \times 3 + 1 \times 2 = 5$

వందలు $= 1 \times 1 = 1$

కావున $12 \times 13 = 156$

ఇట్లే 17×18 కావలెను అనుకోండి.

17

18

ఒకట్లు $= 7 \times 8 = 56$

పదులు $= 1 \times 8 + 1 \times 7 = 15$ విలువ 150

వందలు $= 1 \times 1 = 1$ విలువ 100

కావున $17 \times 18 = 100 + 150 + 56 = 306$

ఇట్లే గుణకారములు, వర్గాలను కూడా గుణించుకోవచ్చును.

ఉదాహరణకు 21×32 కావలెను అనుకోండి.

21

32

672

ఒకట్లు = $1 \times 2 = 2$

పదులు = $2 \times 2 + 3 \times 1 = 7$

వందలు = $2 \times 3 = 6$

కావున $21 \times 32 = 672$

ఇట్లే 42×53 కావలెను అనుకోండి

42

53

2226

ఒకట్లు = $2 \times 3 = 6$

పదులు = $4 \times 3 + 5 \times 2 = 12 + 10 = 22$

వందలు = $4 \times 5 = 20$

కావున $42 \times 53 = 20 / 22 / 6 = 2226$

ఇట్లే 61×61 కావలెను అనుకోండి.

61

61

3721

ఒకట్లు = $1 \times 1 = 1$

పదులు = $6 \times 1 + 6 \times 1 = 12$

వందలు = $6 \times 6 = 36$

కావున $61 \times 61 = 36 / 12 / 1 = 3721$

ఇట్లే 82×82 కావలెను అనుకోండి.

82

82

6724

ఒకట్లు = $2 \times 2 = 4$

పదులు = $8 \times 2 + 8 \times 2 = 32$

వందలు = $8 \times 8 = 64$

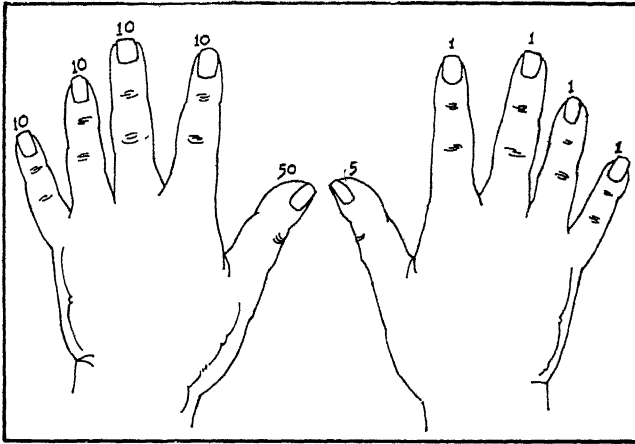
కొత్తున $82 \times 82 = 64 / 32 / 4 = 6724$

10. వ్రేళ్లతో భాగహారములు

9,8,7 అంకెలతో రెండేసి అంకెల సంఖ్యల భాగహారములను వింతగ చేయవచ్చును. విభక్తము, శేషములను కనుక్కోవచ్చు.

9 తో భాగహారము

ఎడమచేతి వ్రేళ్లను పదులుగను, బొటనవ్రేలును 50 గను తలంచండి. కుడి చేతి వ్రేళ్లను ఒకట్లుగను, బొటన వ్రేలును 5 గను తలంచండి. ఇప్పుడు ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ 90, కుడిచేతి వ్రేళ్లవిలువ 9 అవుతుంది.



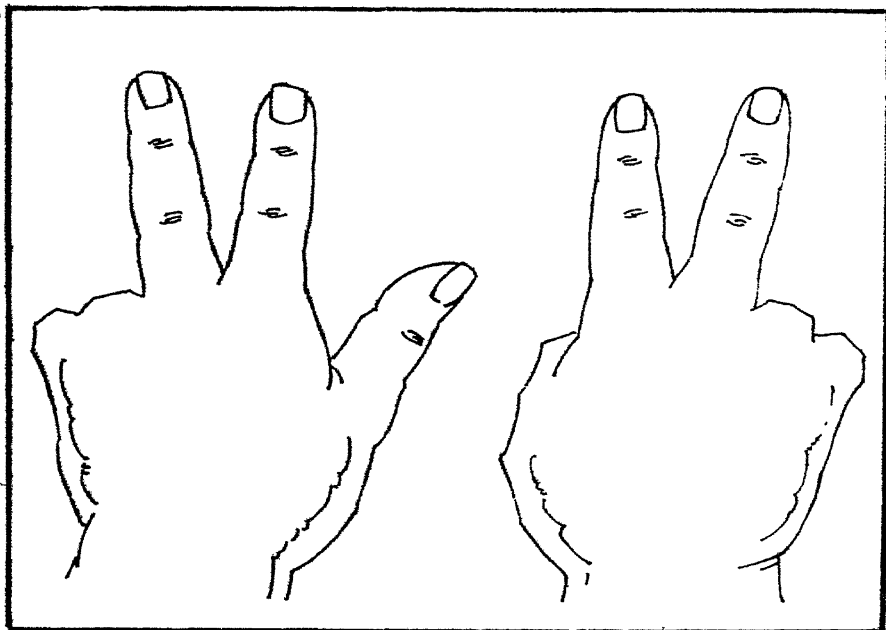
భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లవిలువను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి. 9చే భాగించవలసిన వచ్చినపుడు ఎడమచేతివ్రేళ్ల విలువ పదులలో విభక్తము అగును.

రెండుచేతుల వ్రేళ్లమొత్తము విలువ శేషము అవుతుంది. రెండేసి అంకెల విలువ గల సంఖ్యలు అయితే ఒకే అంకె వచ్చు వరకు కలుపుకోవాలి.

ఉదాహరణకు 32 ను 9చే భాగించవలెను అనుకోండి.

32 కు సరిపడు రెండుచేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.

ఎడమచేతి 3 వ్రేళ్లను, కుడిచేతి 2 వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.

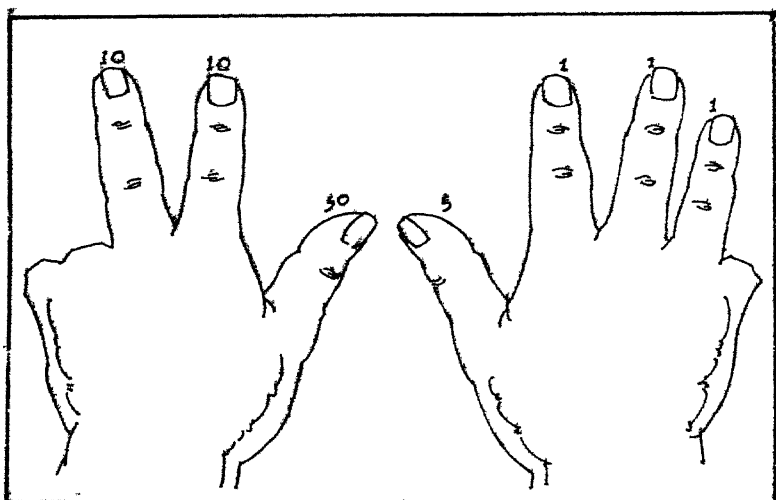


9 చే భాగించగ విభక్తము = ఎడమచేతివ్రేళ్ల సంఖ్య
= విలువ పదులలో = 3

శేషము = రెండు చేతులవ్రేళ్లమొత్తం = $3+2 = 5$

ఇట్లే 78 ని 9 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

78 కి సరిపడు రెండుచేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



9 చే భాగించగ విభక్తము = ఎడమచేతివ్రేళ్ల విలువ పదులలో = 7
 శేషము = రెండుచేతులవ్రేళ్ల మొత్తం విలువ = $7+8 = 15$,
 శేషము 15 నకు విభక్తము = 1, శేషము $1+5 = 6$
 కావున మొత్తం విభక్తము = $7+1 = 8$, శేషము = 6

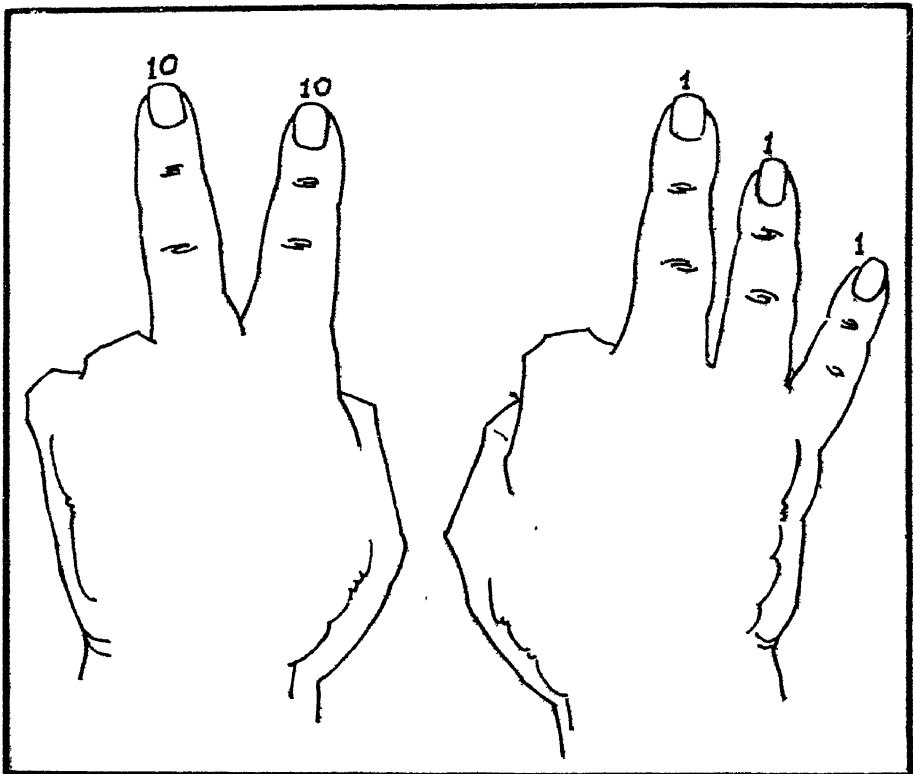
8 తో భాగహారము

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్ల విలువను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచి వేయండి. 8 చే భాగించవలసినపుడు ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ పదులలో విభక్తము అగును.

ఎడమచేతివ్రేళ్లవిలువను రెట్టింపుచేయగ వచ్చు సంఖ్యను కుడిచేతి వ్రేళ్ళకు కలుపగ శేషము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 23 ను 8 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

23 నకు సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



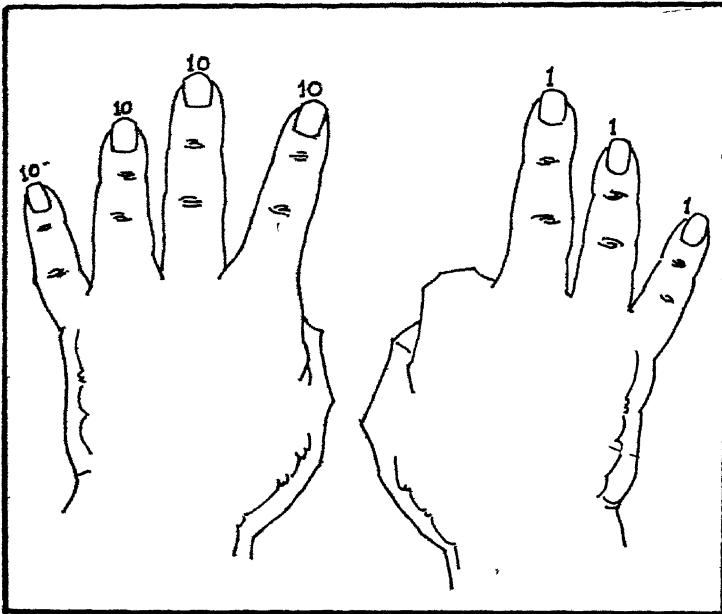
8వే భాగించునపుడు విభక్తము = ఎడమచేతివ్రేళ్ల సంఖ్య విలువ పదులలో = 2
 శేషము = ఎడమచేతివ్రేళ్లసంఖ్యవిలువ (పదులలో)ను రెట్టింపు చేసి కుడిచేతి
 వ్రేళ్ల విలువను కలుపగ $2 \times 2 + 3 = 7$ వస్తుంది.

ఇది శేషము అవుతుంది.

కావున విభక్తము = 2, శేషము = 7

ఇట్లే 43 ను 8 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

43నకు సరిపడు రెండుచేతుల వ్రేళ్లనుపైకిలేపండి.



8 చే భాగించగ వచ్చు మొదటి విభక్తము = ఎడమచేతివ్రేళ్లవిలువ
 పదులలో = 4

శేషము ఎడమచేతి వ్రేళ్ల సంఖ్య విలువ (పదులలో) ను రెట్టింపు చేసి కుడి చేతి
 వ్రేళ్ల విలువను కలుపగ

$4 \times 2 + 3 = 8 + 3 = 11$ వస్తుంది.

శేషమునకు మరల విభక్తము 1, శేషము $1 \times 2 + 1 = 3$

కావున మొత్తం విభక్తము = $4 + 1 = 5$, శేషము = 3

ఇట్లే 8 తో భాగహారము చేయవచ్చును.

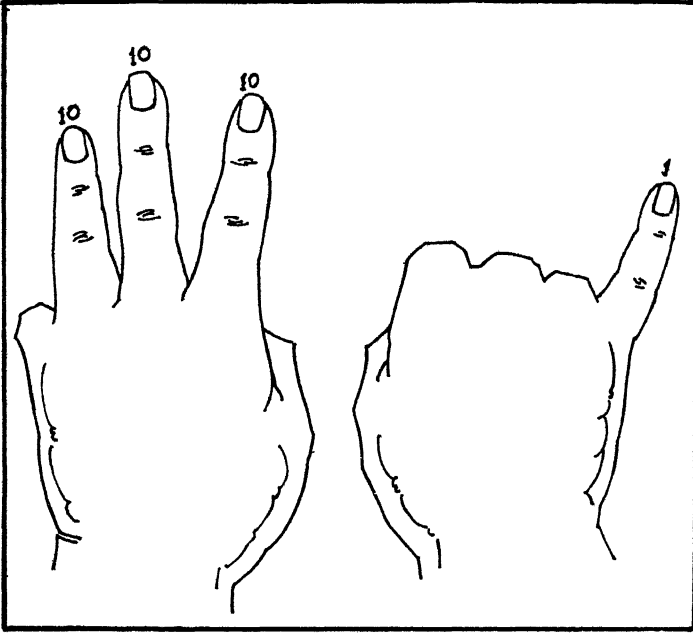
7 తో భాగహారము

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి. 7 చే భాగించవలసి వచ్చినప్పుడు ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ పదులలో విభక్తము అగును.

ఎడమచేతి వ్రేళ్లవిలువను 3 రెట్లు చేయగ వచ్చుసంఖ్యను కుడిచేతి వ్రేళ్లకు కలుపగ శేషము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 31 ని 7 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

31కి సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



7చే భాగించునప్పుడు విభక్తము = ఎడమచేతి వ్రేళ్లసంఖ్య విలువ పదులలో = 3
శేషము = ఎడమచేతి వ్రేళ్లసంఖ్య విలువ పదులలోను 3రెట్లు చేసి కుడిచేతి వ్రేళ్లవిలువకు కలుపగ $3 \times 3 + 1 = 10$ వస్తుంది.

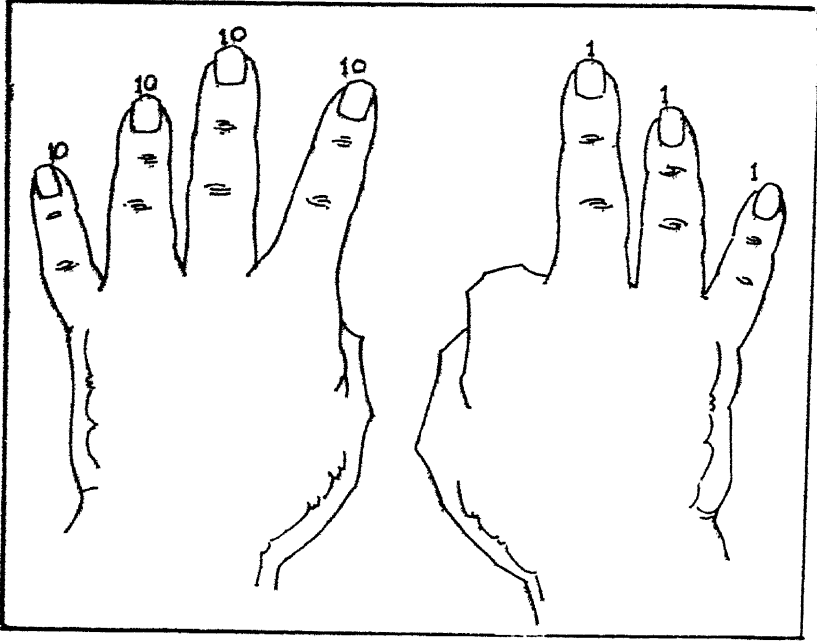
శేషమునకు మరల విభక్తము = 1, శేషము $1 \times 3 + 0 = 3$

కావున మొత్తం విభక్తము = $3 + 1 = 4$

శేషము = 3

ఇట్లే 43 ను 7 చే భాగించవలెను అనుకోండి

43 నకు సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను సైకి తోపండి.



7వే భాగించవచ్చుడు విభక్తము = ఎడమచేతి వ్రేళ్లసంఖ్య విలువ(పదులలో) = 4
 శేషము = ఎడమ చేతివ్రేళ్ల సంఖ్య విలువ (పదులలో)ను 3 రెట్లు చేసి కుడిచేతి
 విలువకు కలుపగ = $4 \times 3 + 3 = 15$ వస్తుంది

శేషమునకు మరల విభక్తము = 2, శేషము = 1

కావున మొత్తం విభక్తము = $4 + 2 = 6$

శేషము = 1

ఇట్లే 7 తో భాగహారము చేయవచ్చును.

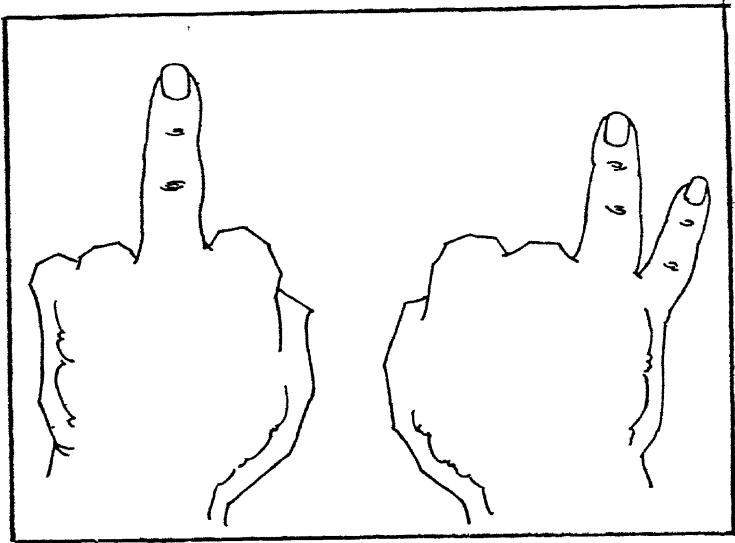
6 తో భాగహారము.

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను సైకి తోపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి. 6 వే భాగించవలసినవచ్చినపుడు ఎడమచేతివ్రేళ్ల విలువ (పదులలో) విభక్తము లగును.

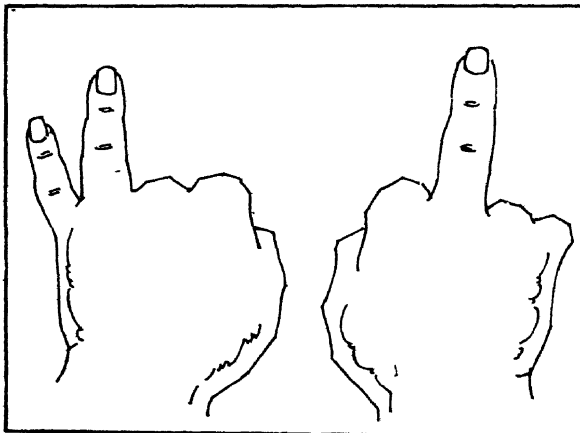
ఎడమ చేతి వ్రేళ్లవిలువను 4 రెట్లు చేయగ వచ్చు సంఖ్యను కుడిచేతివ్రేళ్లకు కలుపగ శేషము వస్తుంది.

ఉదాహరణకు 12 ను 6 వే భాగించవలెను అనుకోండి.

12 నకు సరి పడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను సైకి తోపండి



6 చే భాగించునపుడు విభక్తము = ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ (పదులలో) = 1
 శేషము = ఎడమచేతి వ్రేళ్ల సంఖ్య విలువను (పదులలో) నాల్గురెట్లు చేసి
 ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువకు కలుపగ
 $1 \times 4 + 1 + 1 = 6$ వస్తుంది.
 శేషమునకు మరల విభక్తము = 1, శేషము = 0
 కావున మొత్తం విభక్తము = $1 + 1 = 2$, శేషము = 0
 ఇట్లే 21ని 6చే భాగించవలెను అనుకోండి.
 21నకు సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను సైకి లేపండి.

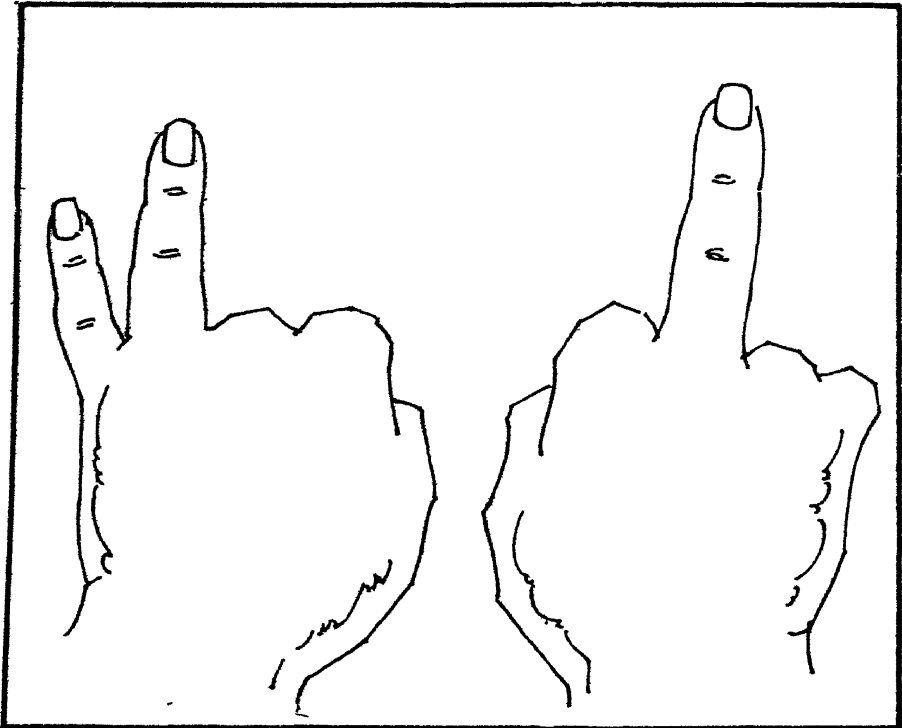


6వే భాగించునపుడు విభక్తము = ఎడమచేతివ్రేళ్ల విలువ (పదులలో) = 2
 శేషము = $2 \times 4 + 1 = 9$ వస్తుంది.
 శేషమునకు మరల విభక్తము = 1, శేషము 3
 కావున మొత్తం విభక్తము = $2 + 1 = 3$
 శేషము = 3

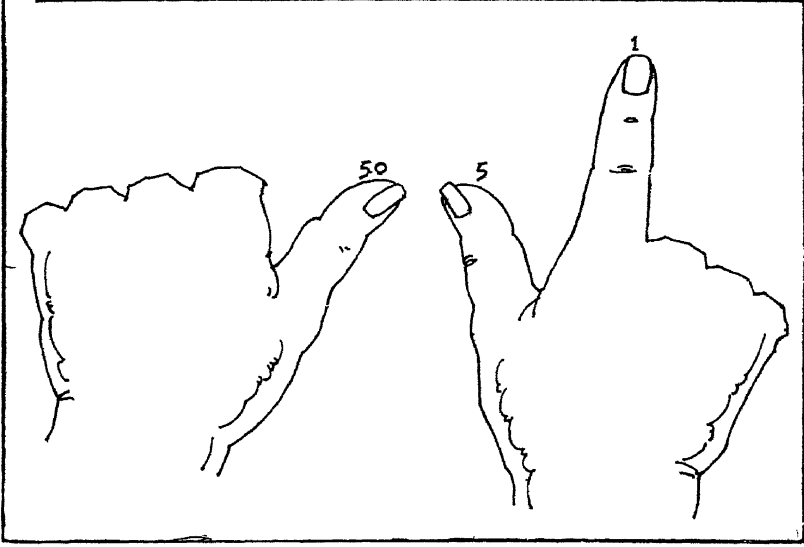
5. తో భాగహారము

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచి వేయండి. 5 తో భాగించవలసినపుడు ఎడమచేతివ్రేళ్ల రెట్టింపు విలువ (పదులలో) విభక్తము అగును.

కుడిచేతి వ్రేళ్ళ విలువ శేషము అగును
 ఉదాహరణకు 21ని 5 చే భాగించవలెను అనుకోండి.
 21 కి సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి



5 చే భాగించవలసినపుడు విభక్తము = ఎడమ చేతి వ్రేళ్ల రెట్టింపు
 విలువ = $2 \times 2 = 4$
 శేషము = కుడిచేతి వ్రేళ్లవిలువ = 1
 ఇట్లే 56 ను 5 చే భాగించవలెను అనుకోండి.
 56 నకు సరిపడు రెండుచేతుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



5 చే భాగించగ విభక్తము = $5 \times 2 = 10$.

శేషము = 6

శేషమునకు మరల విభక్తము 1, శేషము = 1

కావున మొత్తం విభక్తము = $10 + 1 = 11$,

శేషము = 1

ఇట్లే 5 చే భాగించవలసినపుడు విభక్తము కనుగొనుటకు ఎడమచేతి వ్రేళ్ల విలువ (పదులలో) ను రెట్టింపుచేసుకోవాలి. కుడిచేతి వ్రేళ్లవిలువను శేషముగ తీసికోవాలి.

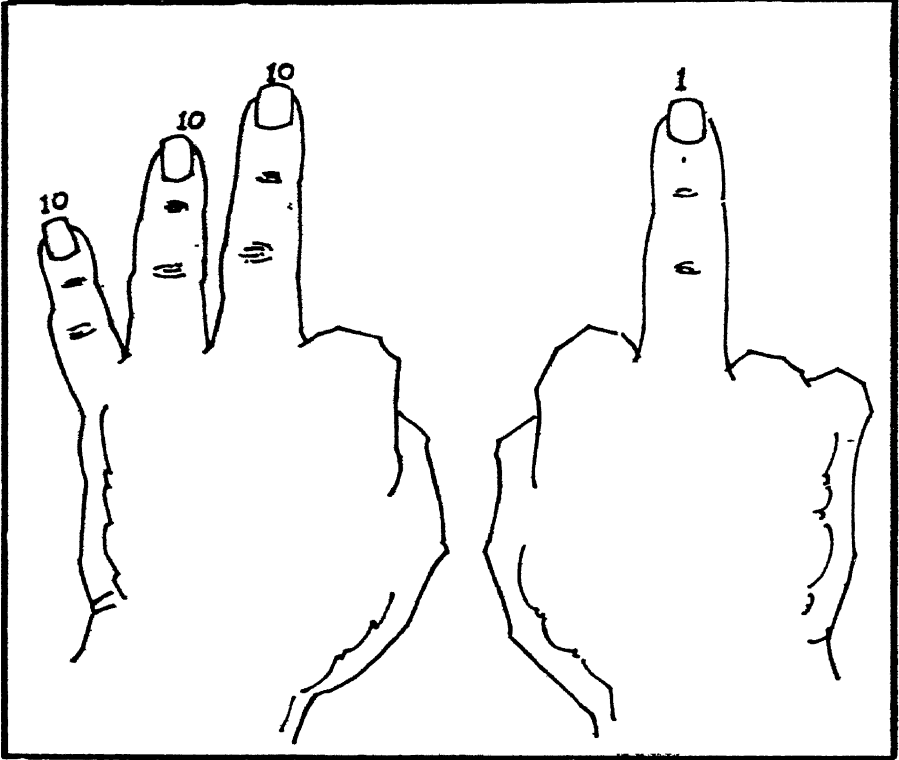
4 తో భాగహారము

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి.

ఎడమచేతివ్రేళ్లవిలువ (పదులలో) ను రెట్టింపుచేయగవచ్చుసంఖ్య విభక్తము అగును.

ఎడమచేతివ్రేళ్లవిలువ (పదులలో) ను రెట్టింపు చేసి కుడిచేతివ్రేళ్లకు కలుపగ వచ్చు సంఖ్య శేషము అగును.

ఉదాహరణకు 31ని 4వే భాగించవలెను అనుకోండి. 31కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



$$4వే భాగించగ విభక్తము = 3 \times 2 = 6$$

$$శేషము = 3 \times 2 + 1 = 7$$

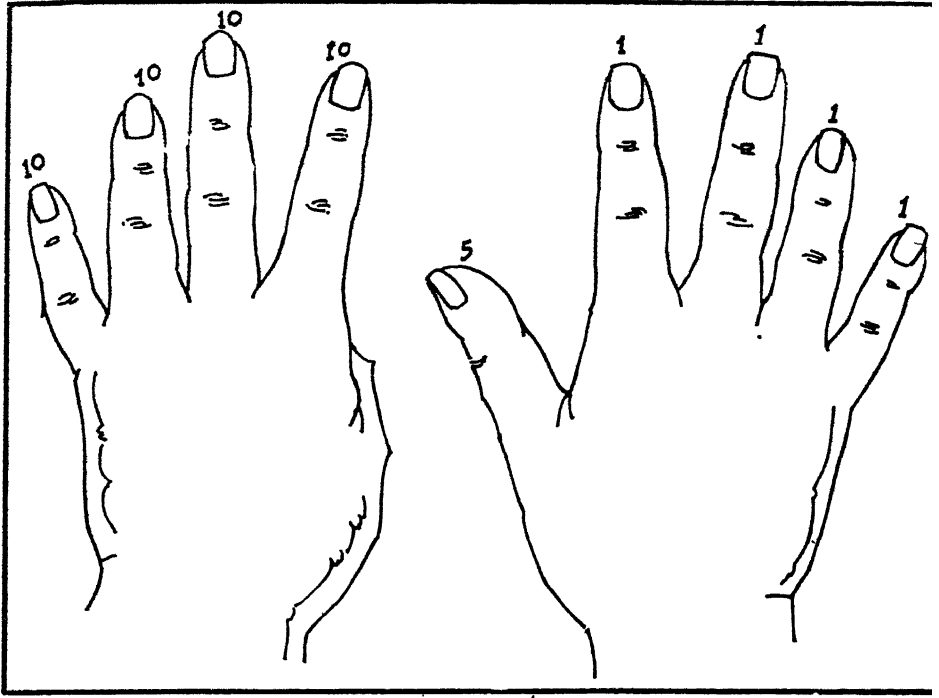
$$శేషమునకు మరల విభక్తము = 1, శేషము = 3$$

$$కావున మొత్తం విభక్తము = 6 + 1 = 7 ,$$

$$శేషము = 3$$

ఇట్లే 49 ని 4 వే భాగించవలెను అనుకోండి.

49 కి సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.



$$4\text{వే భాగించగ మొదటివిభక్తము} = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{శేషము} = 4 \times 2 + 9 = 17$$

$$\text{శేషమునకు మరల విభక్తము} = 4, \text{ శేషము} = 1$$

$$\text{కావున మొత్తం విభక్తము} = 8 + 4 = 12$$

$$\text{శేషము} = 1$$

3 తో భాగహారము

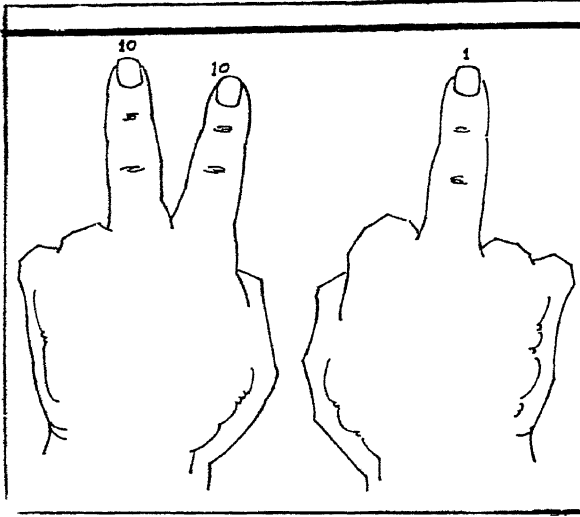
భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు ప్రేళ్లను పైకి లేపండి. మిగిలిన ప్రేళ్లను వంచి వేయండి.

ఎడమచేతి ప్రేళ్ల విలువ (వదులలో) ను 3 చే గుణించి విభక్తముగ తీసికోండి.

ఎడమచేతి ప్రేళ్ల విలువ (వదులలో) కుడిచేతి ప్రేళ్లకు కలుపగ వచ్చు సంఖ్యను శేషముగ తీసికోండి,

ఉదాహరణకు 21ని 3 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

21నకు సరిపడు రెండు చేతుల ప్రేళ్లను పైకి వాపండి.



3 వే భాగించగ విభక్తము = $2 \times 3 = 6$

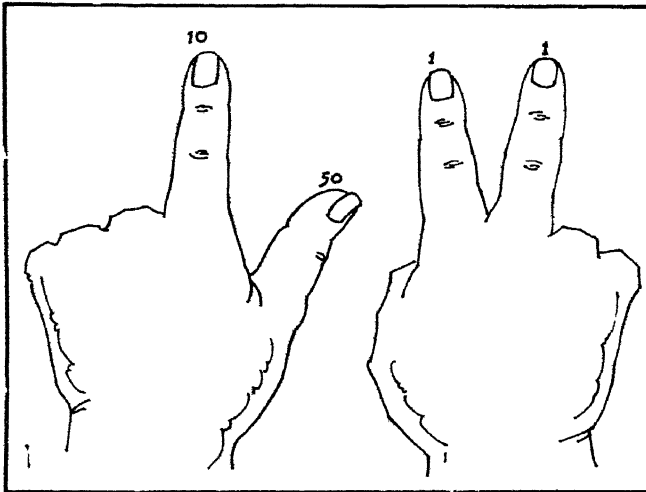
శేషము = $2 + 1 = 3$

శేషమునకు మరల విభక్తము = 1, శేషము = 0

కావున మొత్తం విభక్తము = $6 + 1 = 7$, శేషము = 0.

ఇట్లే 62 ను 3 వే భాగించవలెను అనుకోండి.

62 నకు సరిపడు రెండు చేతుల వ్రేళ్లను సైకి లేపండి.



$$3 \text{ చే భాగించగ విభక్తము} = 6 \times 3 = 18$$

$$\text{శేషము} = 6 + 2 = 8$$

$$\text{శేషమునకు మరల విభక్తము} = 2, \text{ శేషము} = 2$$

$$\text{మొత్తం విభక్తము} = 18 + 2 = 20$$

$$\text{శేషము} = 2$$

ఇట్లే 3 చే భాగించునపుడు విభక్తము కనుగొనుటకు ఎడమ చేతి వ్రేళ్ల విలువను 3 రెట్లు చేసికోవాలి.

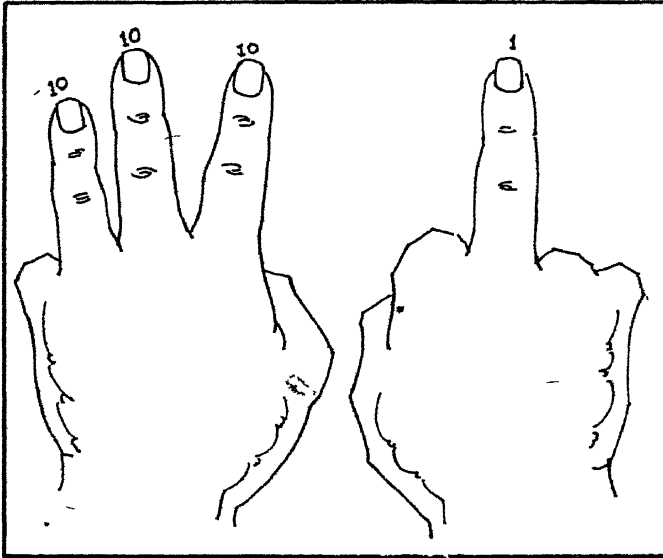
2 తో భాగహారము

భాగించవలసిన సంఖ్యకు సరిపడు వ్రేళ్లను పైకి లేపండి. మిగిలిన వ్రేళ్లను వంచివేయండి.

ఎడమ చేతి వ్రేళ్లవిలువ (పదులలో) ను 5 రెట్లు చేసి విభక్తముగ తీసికోండి కుడిచేతి వ్రేళ్ల విలువను ఒకట్లుగ తీసికోండి,

ఉదాహరణకు 31ని 2 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

31 నకు సరిపడు ఇరువైపుల వ్రేళ్లను పైకి లేపండి.

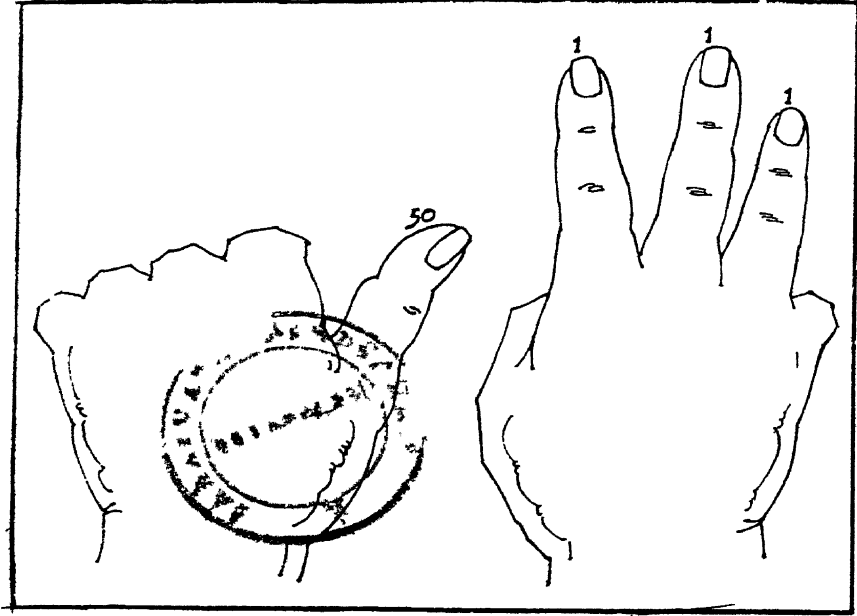


2 చే భాగించునపుడు విభక్తము = $3 \times 5 = 15$

శేషము = 1

ఇట్లే 53 ని 2 చే భాగించవలెను అనుకోండి.

53 నకు సరివడు ఇరువైపుల వ్రేళ్లను పైకిలేపండి.



2 చే భాగించగ విభక్తము $5 \times 5 = 25$

శేషము = 3

శేషమునకు విభక్తము = 1, శేషము 1

కావున మొత్తం విభక్తము = $25 + 1 = 26$.

శేషము = 1

రెండు, 10 లో 5 వ భాగము కావున విభక్తము వచ్చుటకు 5 రెట్లు చేసికోవాలి.

ఇట్లే సమయస్ఫూర్తిగ భాగహారములను సైతము వ్రేళ్లతో చేసికొనవచ్చును.



